

Chapitre 9

Expériences EPR, interaction d'échange et non localité

9.1 Introduction aux problèmes de l'intrication

Dans les chapitres précédents, en particulier dans les chapitres 4 et 5 sur les fentes de Young et sur l'expérience de Stern et Gerlach, nous n'avons considéré que des particules non relativistes, sans interaction entre elles et préparées de la même façon. Ces particules suivaient l'équation de Schrödinger (fentes de Young) dans l'espace euclidien \mathbb{R}^3 ou de Pauli (Stern et Gerlach) dans l'espace $\mathbb{R}^3 \otimes SU(2)$, produit tensoriel de l'espace des variables spatiales \mathbb{R}^3 et du groupe $SU(2)$ des variables représentant la rotation du spin. Nous étions dans le cas où l'interprétation causale de Broglie-Bohm s'impose.

Le problème de l'interprétation se complique dès que l'on a affaire à deux particules intriquées (ou enchevêtrées). La fonction d'onde des particules doit vérifier l'équation de Schrödinger dans l'espace de configuration $\mathbb{R}^3 \otimes \mathbb{R}^3$ si on ne tient pas compte des spins, ou l'équation de Pauli dans l'espace de configuration qui est un sous espace de $\mathbb{R}^3 \otimes SU(2) \otimes \mathbb{R}^3 \otimes SU(2)$ si on prend compte des spins intriqués.

Or une des propriétés les plus étranges de la mécanique quantique est le principe de Pauli qui restreint l'ensemble des états accessibles pour les systèmes de particules identiques : cet espace n'est plus le produit tensoriel des espaces de base mais le sous espace formé des combinaisons symétriques ou antisymétriques. Cette contrainte entraîne des effets de corrélation en particulier dans le magnétisme et en physique du solide : c'est la mystérieuse "interaction d'échange" qui n'est pas une force au sens ordinaire, mais qui rappelle la relativité générale où les "forces" sont aussi une propriété de l'espace.

On retrouve cette mystérieuse interaction d'échange dans l'expérience d'Einstein, Podolsky et Rosen (EPR) [22] de 1935 et dans la variante EPR-B de Bohm [11] de 1951 qui concerne les spins de deux particules intriquées. Les expériences EPR-B, effectuées depuis longtemps par Aspect [2, 3] avec des photons intriqués, violent sans ambiguïté les inégalités de Bell [8] et confirment l'existence de cette interaction d'échange entre particules très éloignées. Ces liaisons à distance sont parmi les plus inattendues et les plus mystérieuses de la mécanique quantique.

Le but de ce chapitre est d'éclaircir la compréhension de ces intrications et de **proposer une interprétation réaliste et déterministe de l'expérience EPR-B.**

Au paragraphe 2, nous rappelons l'expérience EPR et les premières conséquences qu'on peut en déduire sur la complétude et la non localité de la mécanique quantique.

Puis au paragraphe 3, nous rappelons successivement l'extension de cette expérience par Bohm pour tenir compte de l'intrication des spins, les inégalités de Bell liées aux variables cachées, puis les expériences d'Aspect avec des photons intriqués.

Au paragraphe 4, nous présentons le théorème de Kochen et Specker qui montre que toute théorie à variables cachées compatible avec les prédictions de la mécanique quantique est contextualiste, c'est à dire que les variables mesurées des paramètres physiques dépendent non seulement des entités physiques seules, mais aussi du contexte expérimental.

Au paragraphe 5, nous proposons une modélisation et une simulation de l'expérience EPR-B à partir de la solution numérique de l'équation de Pauli pour deux particules intriquées. Puis nous proposons des **variantes de cette expérience qui permettraient de tester expérimentalement un certain nombre de résultats théoriques**. Les réalisations récentes d'atomes intriqués [7, 43] devraient permettre de réaliser les expériences proposés ici.

Au paragraphe 6, nous discutons l'interprétation causale de Bohm de l'expérience EPR-B, puis nous en **proposons une nouvelle interprétation qui tient compte des spins initiaux et qui est dans la continuité de nos précédentes interprétations**. Nous proposons enfin une explication physique de cette interaction d'échange non locale.

Nous concluons que c'est la fonction d'onde intriquée qui est la véritable variable cachée non locale, et que c'est elle qui pilote les deux particules intriquées dont les positions et les spins sont des variables mesurées locales.

9.2 L'expérience EPR

En 1935, Einstein avec Boris Podolsky et Nathan Rosen relance le débat sur la complétude de la mécanique quantique avec l'article "*Peut-on considérer que la mécanique quantique donne de la réalité physique une description complète?*" [22]. Cet article correspond à une expérience de pensée, connue sous le nom de paradoxe EPR, est peut-être le plus cité de toute la littérature scientifique. Son introduction présente bien le débat :

"Dans toute théorie complète, il y a un élément correspondant à chaque élément de réalité. Pour qu'une grandeur physique soit réelle, il suffit qu'il soit possible de la prédire avec certitude, sans perturber le système. En mécanique quantique, dans le cas de deux grandeurs physiques décrites par des opérateurs qui ne commutent pas, la connaissance de l'une exclut celle de l'autre. Dès lors, ou bien (1) la description de la réalité donnée par la fonction d'onde en mécanique quantique n'est pas complète, ou bien (2) ces deux grandeurs ne peuvent avoir de réalité simultanée. L'examen du problème posé par la possibilité d'effectuer des prédictions relatives à un système sur la base de mesures effectuées sur un autre système ayant interagi antérieurement avec le premier amène à conclure que, si (1) est faux, alors (2) l'est également. On est donc conduit à la conclusion suivante : la description de la réalité donnée par une fonction d'onde n'est pas complète."

Pour cela, Einstein, Podolsky et Rosen introduisent deux critères, un critère de réalité physique et un critère de complétude d'une théorie, et utilise implicitement un principe de localité :

- **critère de réalité** : "*Si, sans perturber en aucune manière un système, nous pouvons prédire avec certitude (c'est-à-dire avec une probabilité égale à l'unité) la valeur d'une quantité physique, alors il existe un élément de réalité physique qui correspond à cette quantité physique*".

Pour eux, c'est une condition suffisante, un critère minimal de réalité qui est "*loin d'épuiser les façons possibles de reconnaître une réalité physique, il fournit au moins l'une d'entre elles*".

- **critère de complétude d'une théorie** : "*chaque élément de la réalité physique doit avoir un correspondant dans la théorie physique*".

- **principe de localité d'Einstein** : "*Si au moment de la mesure les deux systèmes n'interagissent plus, le deuxième système ne peut être le siège d'aucun changement réel qui serait la conséquence de quelque chose que l'on aurait fait au premier système*".

A partir de ces critères, ils considèrent l'expérience suivante. Deux particules, A et B, identiques partent en sens inverse, avec des impulsions égales et opposées $\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B = 0$. Elles proviennent

par exemple de la désintégration d'une particule instable et d'impulsion nulle $\mathbf{p} = 0$, auquel cas la conservation de l'impulsion $\mathbf{p} = \mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B = 0$ implique qu'elles partent bien dans des directions opposées.

La position et la vitesse des particules A et B peuvent alors être mesurées par deux détecteurs suffisamment éloignés l'un de l'autre pour qu'aucune information ne puisse être transmise entre les deux mesures (principe de localité).

L'état initial du système est donné par une fonction d'onde

$$f(\mathbf{x}_A + \mathbf{x}_B)g(\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B) \quad (9.1)$$

où les deux fonctions f et g sont des gaussiennes très étroites (Einstein, Podolsky et Rosen prenaient des fonctions delta au lieu des gaussiennes).

Le principe de l'expérience est le suivant. On mesure la position de la particule A et l'on trouve une valeur $\mathbf{x}_A = a$. Compte tenu de la largeur négligeable de la fonction f , on en déduit que la position de la particule B est alors $\mathbf{x}_B = -a$. On mesure immédiatement l'impulsion de la particule B et l'on trouve une certaine valeur $\mathbf{p}_B = b$.

Il semble alors qu'on soit parvenu à connaître à la fois la position et l'impulsion de la particule B, en violation des relations d'indétermination. C'est ce résultat surprenant qui est souvent appelé "paradoxe EPR".

La position de la particule B est donc connue sans avoir été mesurée directement ; elle constitue donc d'après le critère de réalité un "élément de réalité physique" qui doit trouver une explication dans la théorie physique. Le formalisme quantique classique, qui ne considère pas la position de la particule comme une réalité physique, est donc incomplet.

Donc, si on adopte le principe de réalité d'Einstein et si on suppose que les prédictions de la physique quantique sont justes, et qu'aucune influence ne peut se propager plus vite que la lumière, alors on peut déduire que le formalisme quantique n'est pas complet.

C'est le théorème EPR que l'on peut énoncer sous la forme suivante :

THEOREME 9.1 - Théorème EPR

Les quatre propositions suivantes sont contradictoires :

- a) *Les prédictions de la physique quantique sont justes,*
- b) *Le principe de réalité d'Einstein est vérifié,*
- c) *Aucune influence ne peut se propager plus vite que la lumière (principe de localité d'Einstein),*
- d) *Le formalisme quantique est complet.*

La solution la plus naturelle retenue par Einstein, Podolsky et Rosen est que le formalisme quantique est incomplet, ce que Niels Bohr conteste aussitôt [15]. La réponse de Bohr est extrêmement difficile à comprendre. Il semble que la solution qu'il propose au paradoxe EPR est que le critère de réalité d'Einstein b) ne peut être retenu et que l'hypothèse c) n'est pas totalement acceptable. Pour lui, il est impossible d'obtenir une séparation bien nette entre le comportement des objets atomiques et leur interaction avec les appareils de mesure qui définissent leurs conditions d'existence. Ainsi la vitesse d'une particule n'est pas une propriété de la particule, mais une propriété partagée entre la particule et l'instrument de mesure. On doit donc se garder de tout raisonnement sur la réalité objective non observée. Pour Bohr, les quantités considérées n'ont pas de réalité simultanée. Pour Einstein, elles en ont bien une, mais la théorie quantique n'est pas complète, puisqu'elle échoue à en rendre compte.

Et l'article EPR se termine ainsi :

" Bien que nous ayons montré ici que la fonction d'onde ne fournit pas une description complète de la réalité physique, nous n'avons pas pour autant répondu à la question de savoir si une telle description existe. Nous avons néanmoins la conviction qu'une telle théorie est possible."

Une telle théorie existe, c'est l'interprétation de l'onde pilote de Broglie-Bohm. Mais en 1935, De Broglie avait renoncé depuis 1928 à son interprétation de l'onde pilote, et David Bohm ne l'avait pas encore retrouvée.

Nous reviendrons plus loin dans les paragraphes 3 et 6 sur l'interprétation de ce résultat.

9.3 L'expérience EPR-B

Dans l'exemple EPR, on ne considère pas le spin des deux atomes identiques corrélés. En 1951, dans le chapitre 12 de son livre "Quantum Theory" [11], David Bohm introduit une variante de l'expérience EPR qui prend en compte la corrélation des spins de deux particules.

Une source S crée des molécules diatomiques, qui sont sélectionnées par un diaphragme pour former un faisceau étroit de molécules dont le moment cinétique global est nul. Ce faisceau arrive en O où les molécules sont cassées en deux atomes jumeaux A et B , mais ayant des moments cinétiques (spin) opposés.

Les atomes A et B se séparent en partant suivant l'axe Oy dans deux directions opposées, et se dirigent vers deux appareils Stern-Gerlach identiques \mathcal{A} et \mathcal{B} .

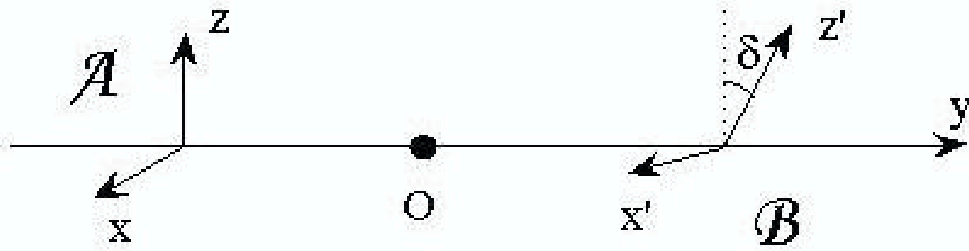


FIG. 9.1 – Schéma de l'expérience EPR-B.

L'électroaimant \mathcal{A} "mesure" le spin de A dans la direction de l'axe Oz et l'électroaimant \mathcal{B} "mesure" le spin de B dans la direction de l'axe Oz' , obtenue après une rotation d'un angle δ autour de l'axe Oy comme l'indique la figure (9.1).

On considère de plus que les atomes A et B peuvent être représentés par des paquets d'ondes gaussiens en x et z . La fonction d'onde initiale d'un tel état intriqué est de type singulet et s'écrit :

$$\Psi^0(x_A, z_A, x_B, z_B) = f(x_A, z_A)f(x_B, z_B) \frac{1}{\sqrt{2}}(|+_A \otimes -_B\rangle - |-_A \otimes +_B\rangle) \quad (9.2)$$

où par exemple $f(x, z) = (2\pi\sigma_0^2)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{x^2+z^2}{4\sigma_0^2}}$ et où $|\pm_A\rangle$ et $|\pm_B\rangle$ sont les vecteurs propres respectivement des opérateurs σ_{z_A} et σ_{z_B} : $\sigma_{z_A}|\pm_A\rangle = \pm|\pm_A\rangle$, $\sigma_{z_B}|\pm_B\rangle = \pm|\pm_B\rangle$. On n'a pas utilisé la dépendance en y que l'on traite classiquement ; vitesse v_y pour A et $-v_y$ pour B .

Rappelons que le singulet $\frac{1}{\sqrt{2}}(|+_A \otimes -_B\rangle - |-_A \otimes +_B\rangle)$ est un invariant dans une rotation d'espace, cf. Annexe A.

On effectue maintenant un changement de coordonnées pour les coordonnées de la particule B seulement en se plaçant dans le plan $x'Oz'$ obtenu à partir de xOz par une rotation de l'angle δ autour de Oy ; On a donc

$$x_B = x'_B \cos \delta + z'_B \sin \delta \quad \text{et} \quad z_B = -x'_B \sin \delta + z'_B \cos \delta \quad (9.3)$$

et $f(x'_B, z'_B) = f(x_B, z_B)$. Dans la nouvelle base $|\pm'_B\rangle$ des vecteurs propres de l'opérateur $\sigma_{z'_B}$, les spineurs $|\pm_B\rangle$ s'écrivent sous la forme :

$$|+_B\rangle = \cos \frac{\delta}{2} |+_B'\rangle + \sin \frac{\delta}{2} |-_B'\rangle \quad , \quad |-_B\rangle = -\sin \frac{\delta}{2} |+_B'\rangle + \cos \frac{\delta}{2} |-_B'\rangle. \quad (9.4)$$

La fonction d'onde initiale (9.2) s'écrit alors :

$$\Psi^0(x_A, z_A, x'_B, z'_B) = \frac{1}{\sqrt{2}} f(x_A, z_A) f(x'_B, z'_B) (-\sin \frac{\delta}{2} |+_A \otimes +_B'\rangle + \cos \frac{\delta}{2} |+_A \otimes -_B'\rangle - \cos \frac{\delta}{2} |-_A \otimes +_B'\rangle - \sin \frac{\delta}{2} |-_A \otimes -_B'\rangle). \quad (9.5)$$

L'expérience EPR-B consiste à faire une "mesure" des spins des particules A et B par les appareils de Stern et Gerlach \mathcal{A} et \mathcal{B} . Puisque les mesures des spins sont faites suivant l'axe Oz pour A et Oz' pour B, la fonction d'onde (9.5) prédit les probabilités suivantes pour les couples de mesures :

$$P(+, +) = P(-, -) = \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\delta}{2} \quad , \quad P(+, -) = P(-, +) = \frac{1}{2} \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (9.6)$$

où $P(+, +)$ (respectivement $P(-, -)$, $P(+, -)$ et $P(-, +)$) correspond à la probabilité de trouver A avec un spin + (respectivement -, + et -) suivant l'axe Oz et B avec un spin + (respectivement -, - et +) suivant l'axe Oz'. Le calcul de $P(+, +)$ par exemple, se fait en intégrant le carré du coefficient de $|+_{\mathcal{A}} \otimes +'_{\mathcal{B}}\rangle$ sur les différentes positions de A et B, soit :

$$P(+, +) = \int \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\delta}{2} |f(x_A, z_A)|^2 |f(x'_B, z'_B)|^2 dx_A dz_A dx'_B dz'_B = \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

On en déduit la proposition suivante :

Proposition 9.1 - *Toute interprétation de la mécanique quantique dont les résultats statistiques sont compatibles avec la fonction d'onde singulet (9.2) vérifie les équations (9.6).*

C'est en particulier le cas de l'interprétation de Copenhague et de l'interprétation de Broglie-Bohm.

Nous verrons au paragraphe 5 comment l'expérience EPR-B et ses variantes peuvent être simulées à partir de la fonction d'onde singulet (9.2), puis au paragraphe 5 comment elles peuvent être interprétées d'une manière causale.

9.3.1 Les inégalités de Bell

En 1964, John Bell [8] va reprendre la discussion sur la localité et la complétude du théorème EPR. Il remarque que l'interprétation de Broglie-Bohm, qui garde les mêmes équations pour la fonction d'onde intriquée que la mécanique quantique orthodoxe la complète en introduisant une position et un vecteur spin pour chaque particule.

Dans l'interprétation de Copenhague, la fonction d'onde suffit pour décrire complètement la réalité. Pour cette raison, les éléments de réalité physique introduits par EPR-B, comme la position et le vecteur spin, sont considérés comme des variables supplémentaires et sont appelés "variables cachées".

Remarque 9.1 - *Comme le fait remarquer Bell le terme de variable cachée pour la position d'une particule quantique est très malheureux car la position est en réalité la principale variable mesurée directement.*

Soit λ l'ensemble de ces variables. Bell étudie alors sur les spins des particules de l'expérience EPR-B, les types de corrélations qui sont possibles lorsque les paramètres cachés λ fluctuent d'une paire à l'autre.

Pour cela, il va restreindre son analyse à une classe de ces variables cachées, celles qui vérifient une hypothèse de localité qui précise le principe de localité d'Einstein :

Hypothèses de localité de Bell :

Le résultat A de la mesure du spin de la particule A est déterminé seulement par l'orientation \mathbf{a} de l'appareil a et des variables cachées λ , et le résultat B du spin de la particule B est déterminé seulement par l'orientation \mathbf{b} de l'appareil b et des variables cachées λ , c'est-à-dire que :

$$A = A(\mathbf{a}, \lambda) = \pm 1 \quad , \quad B = B(\mathbf{b}, \lambda) = \pm 1. \quad (9.7)$$

Des possibilités comme $A = A(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \lambda)$, $B = B(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \lambda)$ sont donc exclues, c'est-à-dire que la mesure de A (resp. B) ne dépend pas de l'orientation de \mathbf{b} (resp. \mathbf{a}). En particulier, les particules A et B reliées par la fonction d'onde singulet (9.2) ne vérifient pas les hypothèses de localité de Bell. Ces hypothèses ne sont donc pas applicables ni à la mécanique quantique, ni à l'interprétation de Broglie-Bohm, ni à toute interprétation basée sur la fonction d'onde.

6 CHAPITRE 9. EXPÉRIENCES EPR, INTERACTION D'ÉCHANGE ET NON LOCALITÉ

La localité est liée à ces impossibilités. On fait de plus implicitement l'hypothèse que la loi de distribution pour les variables cachées ne dépend que de λ , $P = P(\lambda)$. Des possibilités comme $P = P(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \lambda)$ sont donc aussi exclues.

Rappelons comment les corrélations prédites dans le cadre d'une théorie à variables cachées vérifiant les hypothèses de localité de Bell, sont contraintes par une inégalité, appelée **inégalité de Bell**, qui peut être en désaccord avec les prédictions de la physique quantique standard.

Le coefficient de corrélation $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ s'écrit :

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{4}{\hbar^2} \int A(\mathbf{a}, \lambda)B(\mathbf{b}, \lambda)P(\lambda)d\lambda. \quad (9.8)$$

Pour tout ensemble $\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}'$, on a

$$A(\mathbf{a}, \lambda)B(\mathbf{b}, \lambda) + A(\mathbf{a}, \lambda)B(\mathbf{b}', \lambda) + A(\mathbf{a}', \lambda)B(\mathbf{b}', \lambda) - A(\mathbf{a}', \lambda)B(\mathbf{b}, \lambda) = \pm \frac{\hbar^2}{2}. \quad (9.9)$$

En effet, la quantité considérée s'écrit :

$$A(\mathbf{a}, \lambda)(B(\mathbf{b}, \lambda) + B(\mathbf{b}', \lambda)) + A(\mathbf{a}', \lambda)(B(\mathbf{b}', \lambda) - B(\mathbf{b}, \lambda)).$$

Les deux quantités $B(\mathbf{b}, \lambda)$ et $B(\mathbf{b}', \lambda)$ ne prennent que deux valeurs $\pm \frac{\hbar}{2}$. On a donc soit

$$B(\mathbf{b}, \lambda) + B(\mathbf{b}', \lambda) = \pm \hbar \quad B(\mathbf{b}, \lambda) - B(\mathbf{b}', \lambda) = 0,$$

soit

$$B(\mathbf{b}, \lambda) + B(\mathbf{b}', \lambda) = 0 \quad B(\mathbf{b}, \lambda) - B(\mathbf{b}', \lambda) = \pm \hbar,$$

d'où le résultat. On définit la quantité S par :

$$S = E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}') - E(\mathbf{a}', \mathbf{b}). \quad (9.10)$$

Alors, en multipliant l'équation (9.9) par $P(\lambda)$ et en intégrant sur λ , on déduit l'inégalité de Bell :

$$|S| \leq 2. \quad (9.11)$$

C'est la forme BCHSH des inégalités de Bell, c'est-à-dire les inégalités de Bell généralisées par Clause, Horne, Shimony et Holt [16]. Avec l'introduction de ces fameuses inégalités, Bell démontre le résultat d'impossibilité que l'on peut énoncer sous la forme suivante :

THEOREME 9.2 - Théorème de Bell [8] [9] [16]

Les trois propositions suivantes sont contradictoires :

- Les prédictions de la physique quantique sont justes,
- Le critère de réalité d'Einstein est vérifié,
- Aucune influence ne peut se propager plus vite que la lumière (principe de localité d'Einstein),

Preuve Le principe de localité d'Einstein et son critère de réalité entraîne l'hypothèse de localité de Bell, qui entraîne l'inégalité BCHSH (9.11).

Alors si δ est l'angle entre \mathbf{a} et \mathbf{b} , la prédiction de la mécanique quantique donne le coefficient de corrélation

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{++} + P_{--} - P_{+-} - P_{-+} = \sin^2 \frac{\delta}{2} - \cos^2 \frac{\delta}{2} = -\cos \delta.$$

Si on choisit alors les vecteurs $\mathbf{b}, \mathbf{a}, \mathbf{b}'$ et \mathbf{a}' faisant respectivement un angle de $\frac{\pi}{4}$ avec le suivant, la prédiction de la mécanique quantique pour la quantité S est

$$|S_{MQ}| = \left| -3 \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} \right| = 2\sqrt{2} = 2,828$$

qui viole clairement l'inégalité BCHSH. La proposition s'en déduit. \square

Remarque 9.2 - *Comme le théorème de Von Neumann, les inégalités de Bell ne s'appliquent pas à l'interprétation de Broglie-Bohm. Elles ne s'appliquent qu'à une classe très particulière de variables cachées, celles pour lesquelles ces variables cachées sont locales et les fonctions d'onde des deux particules indépendantes (c'est-à-dire pour des particules non intriquées).*

On remarque que le théorème de Bell est beaucoup plus contraignant que le théorème EPR puisqu'il s'applique que le formalisme de la mécanique quantique soit complet ou non. Aussi, il ne remet pas en cause la complétude de la mécanique quantique.

9.3.2 Les expériences d'Aspect

Ainsi toute interprétation réaliste vérifiant les prédictions de la mécanique quantique contredit le principe de localité d'Einstein. Il ne restait plus qu'à vérifier si les prédictions de la mécanique quantique étaient bien validées par l'expérience.

En 1969, avec la forme BCHSH des inégalités de Bell, Clause, Horne, Shimoney et Holt [16] montrent la possibilité d'expériences robustes pouvant tenir compte des imperfections des appareils de mesure. Ils proposent comme candidat la paire de photons visibles produits dans la désexcitation d'un atome sautant de niveau en niveau (cascade radiative). On remplace donc la mesure du spin de deux atomes intriqués par la mesure de la polarisation de deux photons intriqués.

Dès le début des années 1970, des expériences pionnières virent le jour, montrant la possibilité de créer des paires de photons intriqués, même si la très faible efficacité des sources lumineuses et l'utilisation de polariseurs à une seule voie rendaient ces expériences extrêmement difficiles à réaliser et à interpréter. Aussi les premiers tests des inégalités de Bell ont donné des résultats quelque peu contradictoires : en 1972, Clauser et Freedman [27] conclut à un accord avec les prédictions quantiques, Holt et Pipkin [38] aboutissent à un résultat opposé ; en 1976, l'expérience de Fry et Thompson [28], utilisant un laser, tranche clairement en faveur de la mécanique quantique.

Mais ce n'est que dans les années 80, avec les trois expériences successives d'Aspect et de son équipe [1, 2, 3] que l'on obtient des résultats expérimentaux qui valident sans ambiguïté les prédictions de la mécanique quantique.

Dans l'expérience [2] de 1982, Aspect, Grangier et Roger obtiennent pour la quantité S expérimentale $S_{exp} = 2,697 \pm 0,015$, une valeur qui viole l'inégalité de Bell de plus de 40 écarts type. Ce résultat est de plus en excellent accord avec la prédiction quantique ($S_{exp} = 2,70 \pm 0,005$) prenant en compte les imperfections résiduelles des polariseurs.

Dans l'expérience [3] de 1982, Aspect, Dalibard et Roger se rapprochent de l'expérience idéale de Bell, dans laquelle les orientations des polariseurs sont modifiées aléatoirement à une cadence assez élevée pour que la vitesse de la lumière interdise toute dépendance directe entre le choix de l'orientation d'un polariseur et la mesure par l'autre. Grâce à des "commutateurs optiques", simulant cette orientation aléatoire des polariseurs (distant de 12 m), ils obtiennent une violation convaincante des inégalités de Bell (par 6 écarts type) dans une situation où la condition de localité n'est plus posé a priori comme une hypothèse raisonnable, mais pouvant être déduite du principe de causalité d'Einstein.

Une troisième génération d'expériences, réalisées depuis le début des années 90 à partir de paires de photons intriqués basées sur des effets d'optique non linéaire, a complètement confirmé ces résultats. Le progrès majeur est la maîtrise de la direction d'émission des photons intriqués, ce qui permet d'injecter chacun des deux photons dans deux fibres optiques dirigées vers des directions opposées. Dans l'expérience de Genève (1998), réalisée par Tittel, Brendel, Zbinden et Gisin [49], les photons intriqués se propagent sur une dizaine de kilomètres dans les fibres optiques d'un réseau commercial de télécommunications. Avec de telles distances, il est facile

de choisir de façon totalement aléatoire l'orientation de chaque polariseur pendant le temps de propagation des photons depuis la source et de réaliser ainsi l'expérience idéale de Bell. C'est ce que réalise aussi l'expérience d'Innsbruck (1998), effectuée par Weihs, Jennewein, Simon, Weinfurter et Zeilinger [50], et qui confirment sans ambiguïté la violation des inégalités de Bell dans une situation où la condition de localité est une conséquence de la causalité relativiste.

Pour un historique plus complet sur l'expérimentation des inégalités de Bell, cf. par exemple [10] [4].

9.3.3 L'interprétation de la non-localité quantique

Si les résultats de violation des inégalités de Bell sont sans ambiguïté, il n'en est pas de même de leurs interprétations. Nous nous retrouvons au coeur de l'interprétation de la mécanique quantique.

Tout d'abord, tous les auteurs s'accordent sur la réalité de la non-séparabilité quantique. Ainsi Bernard d'Espagnat écrit [26] :

La non-séparabilité quantique était une des principales révélations que la mécanique quantique nous avait procurées sur le monde, ou, pour mieux dire, sur nos rapports avec le monde.

Aspect et Grangier ajoutent [5] : *nous devons accepter l'idée que le monde ne peut pas toujours se concevoir comme formé de sous-systèmes séparés, dont les propriétés physiques seraient définies localement et ne sauraient s'influencer mutuellement lorsque les systèmes sont séparés au sens relativiste. Cette notion de "séparabilité" semblait pourtant tellement fondamentale à Einstein qu'il en avait fait la pierre angulaire de sa démonstration de la nécessité de compléter la mécanique quantique :*

"On peut échapper à cette conclusion [la mécanique quantique est incomplète] seulement en acceptant que la mesure de S_1 change la situation réelle de S_2 (par télépathie) ou en niant l'indépendance des situations réelles de tels objets, spatialement séparés l'un de l'autre. Les deux termes de l'alternative me semblent également inacceptables" [23]

Aujourd'hui, avec la violation des inégalités de Bell, nous ne pouvons plus rejeter cette alternative, et il nous faut renoncer à la vision "réaliste locale" du monde que défendait Einstein.

Bien que l'histoire ait tranché contre l'hypothèse la plus raisonnable, celle d'Einstein, et ainsi donné raison à Bohr, c'est Einstein qui a posé la bonne question sur la non-localité. Et comme le note encore Aspect et Grangier [6] : *L'observation expérimentale de la violation des inégalités de Bell a ainsi mis en relief les propriétés extraordinaires de l'intrication, découvertes par Einstein, et que l'on cherche aujourd'hui à utiliser en information quantique, pour des méthodes radicalement nouvelles de transmission et de traitement de l'information. Cette révolution conceptuelle conduira-t-elle à une révolution technologique que symboliserait la construction d'un ordinateur quantique ?*

Mais s'il faut renoncer à une description réaliste locale des systèmes intriqués, quelle vision devons nous avoir du monde ?

Donnons encore la parole à Aspect et Grangier sur leur interprétation [5] :

On a parfois pu se demander quel était le concept à abandonner, entre la localité d'une part, et le réalisme de l'autre. Il nous semble pour notre part difficile d'envisager ces deux notions comme indépendantes : comment concevoir des réalités physiques indépendantes pour deux systèmes séparés spatialement mais qui resteraient en contact via une interaction instantanée, supraluminale ? Pour nous, la non localité de la mécanique quantique - souvent présentée comme la conclusion à tirer de la violation des inégalités de Bell - correspond à une négation en bloc de la vision réaliste locale du monde : les photons intriqués jumeaux ne sont pas deux systèmes distincts portant deux copies identiques d'un même ensemble de paramètres. Une

paire de photons intriqués doit être considérés comme un système unique, impossible à décomposer en deux états relatifs à chacun des photons : les propriétés de la paire ne se résument pas à la réunion des propriétés des deux photons. Pour souligner cette caractéristique du formalisme quantique, qui contraste avec une conception réaliste locale, on peut parler de "holisme quantique" [31, 34].

Cette non-localité ne permet cependant pas de transmission d'information à une vitesse supérieure à celle de la vitesse de la lumière. En effet, pour envoyer un tel signal, il faut pouvoir le dupliquer, c'est-à-dire obtenir un deuxième système strictement dans le même état que le système initial; ce qui est impossible par le "théorème de non clonage quantique".

Cette non-séparabilité de la mécanique quantique ne possède aucun analogue classique. Montrons à quelles conditions l'interprétation de Broglie-Bohm va permettre de la mieux comprendre. La nouveauté avec la mécanique quantique, c'est l'introduction de la fonction d'onde. Et, comme le rappelle Bell [9], *alors que les pères fondateurs se tourmentaient sur la question*

"particule" ou "onde"

de Broglie en 1925 propose une réponse claire

"particule" et "onde".

Comme nous l'avons vu précédemment l'interprétation de Copenhague et l'interprétation de Broglie-Bohm considèrent la fonction d'onde singulet et donnent donc statistiquement les mêmes résultats en accord avec l'expérience.

De plus, dans l'interprétation de Broglie-Bohm, **la position et le vecteur spin d'une particule existent**. Ce ne sont pas des variables cachées, mais ce sont **les variables que l'on peut mesurer** directement, la position par son impact sur l'écran et le spin par la position de son impact dans l'une des deux taches de Stern et Gerlach.

La vraie variable cachée est la fonction d'onde. Elle est non séparable et non locale. Comme elle pilote les particules dans l'interprétation de Broglie-Bohm, c'est elle qui crée la **non-séparabilité** des deux particules intriquées.

C'est donc la fonction d'onde qui crée les propriétés nouvelles non classiques.

Notre réponse au théorème de Bell est donc de garder **une vision réaliste locale du monde à travers les particules et une vision non locale à travers la fonction d'onde.**

Ce point de vue est défendable si, à partir de la fonction d'onde des deux particules intriquées, on peut trouver les **trajectoires et les spins des deux particules (condition faible du réalisme)**, ou mieux déterminer **une fonction d'onde pour chacune des deux particules (condition forte du réalisme)**.

C'est l'objet des paragraphes 5 et 6.

Remarquons que la non-localité, qui est manifeste dans le cas de l'expérience EPR, est déjà présente dans toutes les expériences de mécanique quantique; par exemple dans les fentes de Young et plus particulièrement dans l'effet Aharonov-Bohm (cf. chapitre 4) et dans l'expérience de Stern et Gerlach (cf. chapitre 5).

9.4 La non contextualité et le théorème de Kochen et Specker

En 1967, un autre théorème important de limitation des théories à variables cachées est démontré : c'est le théorème de Kochen et Specker. Il montre que toute théorie à variables cachées compatible avec les prédictions de la mécanique quantique est contextualiste. C'est à dire que

les variables mesurées des paramètres physiques dépendent non seulement des entités physiques seules, mais aussi du contexte expérimental. On peut présenter le théorème de Kochen et Specker à partir du **réalisme non contextuel** défini par les deux critères suivants décrits dans la Stanford Encyclopedia of Philosophy [46] :

- **critère de réalisme** : " *Tous les observables d'un système quantique ont des valeurs définies à tout moment (indépendamment des mesures)*".

- **critère de non contextualité** : " *Si un système quantique possède une propriété (valeur d'un observable), alors cette valeur est indépendante du contexte de la mesure*".

Donnons une formulation littéraire Le théorème de Kochen et Specker :

THEOREME 9.3 - Théorème de Kochen et Specker [39] [46]

Les critères de réalisme et de non contextualité sont en contradiction avec certaines prédictions de la mécanique quantique.

Le lecteur plus intéressé peut se reporter à la Stanford Encyclopedia of Philosophy [46] et aux références qu'il en donne pour des formulations plus précises et des démonstrations de ce théorème. La présentation la plus simple a été donnée par N. Straumann [47] : il montre comment les états intriqués de Greenberger-Horne-Zeilinger [32] (états GHZ) peuvent être utilisés pour démontrer simplement le théorème de Kochen et Specker. Pour un rappel sur les états GHZ, cf. Annexe B.

Ainsi, l'acceptation des prédictions de la mécanique quantique conduit logiquement à renoncer au réalisme ou à la non contextualité.

Remarque 9.3 - *Notons cependant que le seul observable utilisé dans les différentes démonstrations du théorème de Kochen et Specker est le spin. C'est aussi le cas pour les inégalités de Bell, de Leggett et le paradoxe GHZ. Tous ces théorèmes de limitation ne s'appliquent qu'à un certain type d'observables, le spin. Ils ne s'appliquent ni à la position, ni à la vitesse.*

La contextualité ne semble donc qu'une propriété de la mesure du spin. Nous reviendrons sur cette remarque en fin de chapitre quand nous proposerons une interprétation physique des expériences EPR et EPR-B.

Remarque 9.4 - *Comme le théorème de Von Neumann et les inégalités de Bell, le théorème de Kochen et Specker n'élimine pas l'interprétation de Broglie-Bohm. En effet, l'interprétation de Broglie-Bohm est contextuelle pour la mesure du spin comme nous l'avons montré au chapitre 5 pour une particule unique et le montrons pour deux particules intriquées aux paragraphes 5 et 6 de ce chapitre.*

Dans l'interprétation de Broglie-Bohm, la position, la vitesse et l'orientation du spin vérifient le critère de réalisme, la position et la vitesse vérifient le critère de non contextualité, seul le spin étant contextuel.

9.5 Simulation et tests de l'expérience EPR-B

La simulation de l'expérience de Stern et Gerlach nous a montré dans le chapitre 5 que la "mesure" du spin n'est pas instantanée et qu'il faut un temps assez long pour la réaliser. Il faut en effet attendre que la fonction d'onde se divise en deux faisceaux, l'un correspondant au spin +, l'autre au spin -.

On se propose maintenant de modéliser et de simuler l'expérience EPR-B, à partir de la solution numérique de l'équation de Pauli pour deux particules intriquées. On considère donc deux particules A et B intriqués dont la fonction d'onde initiale correspond à l'état singulet (9.2).

Pour la simulation, nous prendrons comme valeurs numériques celles que nous avons prises dans le chapitre 5 pour la "mesure" du spin de l'atome d'argent. Nous avons ainsi des valeurs réalistes nous permettant des approximations, valeurs qu'il faudrait changer pour une expérience avec des atomes intriqués qui ne seraient pas des atomes d'argent.

Commençons par un rappel de l'équation de Pauli pour deux particules 1 et 2 électriquement neutres et de moments magnétiques μ_1 et μ_2 , et seulement soumis à des champs magnétiques.

Dans le cas général la fonction d'onde de N particules Ψ admet 2^N composantes complexes $\Psi^{i_1, i_2, \dots, i_N}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N, t)$ ($i_k = \pm 1$ pour k de 1 à N).

Dans le cas d'un problème de deux corps, nous avons 4 composantes $\Psi^{i_1, i_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t)$ et l'équation de Pauli s'écrit :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi^{i_1, i_2}}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \Delta_1 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \Delta_2 \right) \Psi^{i_1, i_2} + \mu_1 B_{1i}(\sigma_i)^{i_1} \Psi^{j, i_2} + \mu_2 B_{2i}(\sigma_i)^{i_2} \Psi^{i_1, k} \quad (9.12)$$

avec comme conditions initiales :

$$\Psi^{i_1, i_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 0) = \Psi_0^{i_1, i_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \quad (9.13)$$

où les σ_i sont les matrices de Pauli et où les $\Psi_0^{i_1, i_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ sont des fonctions données.

Si l'on prend comme base de $SU(2) \otimes SU(2)$, les vecteurs propres $|\pm_A\rangle$ et $|\pm_B\rangle$ de σ_{z_A} et σ_{z_B} , alors la condition initiale $\Psi_0^{i_1, i_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ correspond à l'état singulet (9.2), qui s'écrit sous la forme $\Psi^0(x_A, z_A, x'_B, z'_B)$ donnée par l'équation (9.5) dans la base $|\pm_A\rangle, |\pm_B\rangle$.

9.5.1 Calcul de la densité de probabilité de l'expérience EPR-B

Considérons que les particules A et B arrivent à l'instant t_0 à l'entrée des électroaimants \mathcal{A} et \mathcal{B} . Le calcul de la fonction d'onde à l'instant $t_0 + t$ se calcule, à partir de la fonction d'onde (9.5), terme à terme dans la base $|\pm_A\rangle, |\pm_B\rangle$ comme dans l'expérience de Stern et Gerlach du chapitre 5.

A la sortie des champs magnétiques, à l'instant $t_0 + t + \Delta t$, l'équation (5.8) du chapitre 5 permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \Psi(x_A, z_A, x'_B, z'_B, t_0 + t + \Delta t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[-\sin \frac{\delta}{2} f^+(x_A, z_A, t) f^+(x'_B, z'_B, t) |+_A \otimes +'_B \right. \\ &+ \cos \frac{\delta}{2} f^+(x_A, z_A, t) f^-(x'_B, z'_B, t) |+_A \otimes -'_B - \cos \frac{\delta}{2} f^-(x_A, z_A, t) f^+(x'_B, z'_B, t) |-_A \otimes +'_B \\ &\left. - \sin \frac{\delta}{2} f^-(x_A, z_A, t) f^-(x'_B, z'_B, t) |-_A \otimes -'_B \right]. \end{aligned} \quad (9.14)$$

avec

$$f^\pm(x, z, t) = f(x, z \mp z_\Delta \mp ut) e^{i\left(\frac{\pm m u z}{\hbar} + \varphi^\pm(t)\right)} \quad (9.15)$$

et

$$z_\Delta = \frac{\mu_0 B'_0(\Delta t)^2}{2m} = 10^{-5} m, \quad u = \frac{\mu_0 B'_0(\Delta t)}{m} = 1 m/s. \quad (9.16)$$

On calcule alors, en intégrant sur x_A et x'_B comme au paragraphe 1 du chapitre 5, la densité de présence en (z_A, z'_B) des particules à l'instant $t_0 + t + \Delta t$:

$$\begin{aligned} \rho(z_A, z'_B, t_0 + t + \Delta t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sin^2 \frac{\delta}{2} (g^+(z_A, t) g^+(z'_B, t) + g^-(z_A, t) g^-(z'_B, t)) \right. \\ &\left. + \cos^2 \frac{\delta}{2} (g^+(z_A, t) g^-(z'_B, t) + g^-(z_A, t) g^+(z'_B, t)) \right] \end{aligned} \quad (9.17)$$

où $g^\pm(z, t) = (2\pi\sigma_0^2)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{(z \mp z_\Delta \mp ut)^2}{2\sigma_0^2}}$.

On en déduit la densité de présence en z des particules A et B à l'instant $t_0 + t + \Delta t$:

$$\rho(z, t_0 + t + \Delta t) = (2\pi\sigma_0^2)^{-\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \left(e^{-\frac{(z-z_\Delta-ut)^2}{2\sigma_0^2}} + e^{-\frac{(z+z_\Delta+ut)^2}{2\sigma_0^2}} \right). \quad (9.18)$$

C'est l'équation (5.10) trouvée au chapitre 5 pour une particule non lié dans un appareil de Stern et Gerlach. On en déduit :

Proposition 9.2 - *Dans une mesure Stern et Gerlach de deux particules intriquées A et B de l'expérience EPR-B, la distance $\delta z = 2(z_\Delta + ut)$ entre les deux taches N^+ (spin +) et N^- (spin -) d'une famille de particule (A par exemple) est la même que la distance entre les deux taches N^+ et N^- d'une particule libre mesurée dans une expérience classique de Stern et Gerlach.*

Remarque 9.5 - *Test de la quantification spatiale : Il semble intéressant de vérifier expérimentalement la proposition précédente.*

Remarque 9.6 - *Test de la corrélation des spins : L'expérience classique EPR-B, comme celles réalisées par Aspect sur les photons intriqués, permet de tester la corrélation des spins. Comme dans l'expérience classique de Stern et Gerlach, il faut un temps long avant que l'on puisse mesurer les spins \pm des particules A et B. On remarque alors que la fonction d'onde (9.14) ne correspond plus à un état intriqué. Elle prédit cependant les probabilités (9.6) pour les couples de mesures.*

Le calcul de $P(+, +)$ par exemple est fait aussi en intégrant le carré du coefficient de $|+_A \otimes +'_B\rangle$ sur les différentes positions de A et B, soit :

$$P(+, +) = \int \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\delta}{2} |f^+(x_A, z_A, t)|^2 |f^+(x'_B, z'_B, t)|^2 dx_A dz_A dx'_B dz'_B = \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

9.5.2 Une expérience en deux étapes pour valider l'interaction d'échange

Les deux expériences EPR-B proposées ci-dessus sur la quantification spatiale et la corrélation des spins sont importantes pour tester les résultats théoriques (9.18) et (9.6) liés à l'interaction d'échange. Cependant, une des difficultés d'interprétation de l'expérience EPR-B est qu'elle correspond à deux mesures simultanées. En effectuant les mesures l'une après l'autre, notre interprétation de l'expérience va en être facilitée et nous permet de proposer des tests pour d'autres résultats théoriques. C'est l'objet des la variante en deux étapes de l'expérience EPR-B que nous étudions ci-dessous.

Première étape : Mesure du spin de A et de la position de B

Dans la première étape, on fait sur un couple de particules A et B dans un état singulet une mesure Stern et Gerlach pour l'atome A, et pour l'atome B une simple mesure d'impact sur un écran. C'est l'expérience proposée en 1988 par Holland [35] et Holland et Vigier [36].

Dans ce cas, on garde la base $[|\pm_A\rangle, |\pm_B\rangle]$ pour le calcul de la fonction d'onde. A la sortie du champ magnétique \mathcal{A} , à l'instant $t_0 + \Delta t + t$, la fonction d'onde (9.5) devient :

$$\Psi(x_A, z_A, x_B, z_B, t_0 + \Delta t + t) = \frac{1}{\sqrt{2}} f(x_B, z_B) [f^+(x_A, z_A, t) |+_A \otimes -_B\rangle - f^-(x_A, z_A, t) |-_A \otimes +_B\rangle] \quad (9.19)$$

et la densité de présence en (z_A, z_B) est égale à l'instant $t_0 + \Delta t + t$ à :

$$\rho(z_A, z_B, t_0 + \Delta t + t) = [(2\pi\sigma_0^2)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{(z_B)^2}{2\sigma_0^2}}] [(2\pi\sigma_0^2)^{-\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \left(e^{-\frac{(z_A-z_\Delta-ut)^2}{2\sigma_0^2}} + e^{-\frac{(z_A+z_\Delta+ut)^2}{2\sigma_0^2}} \right)] \quad (9.20)$$

On en déduit que le faisceau des particules A se décompose en deux tandis que le faisceau des particules B se conserve. C'est ce résultat que l'on cherchera à tester.

Remarque 9.7 - Cette expérience est intéressante car plus simple que l'expérience EPR-B. On déduit de (9.20) que :

- la densité de A est la même que la particule A soit intriquée à B ou soit libre,
- la densité de B n'est pas affectée par la mesure de A.

Seuls les spins sont impliqués. On déduit en effet de (9.19) que les spins de A et B restent opposés tout au long de l'expérience.

Remarque 9.8 - On peut déduire de (9.19) une conclusion très importante au sujet du théorème spin-statistique de Pauli ; En effet, dans cette expérience, les fermions A et B sont en interaction avec des spins opposés bien que la fonction d'onde $\Psi(x_A, z_A, x_B, z_B, t_0 + \Delta t + t)$ ne soit pas antisymétrique. Il existe donc des limitations à ce théorème !

Deuxième étape : Mesure du spin de A, puis du spin de B.

La seconde étape est la suite de la première et correspond à réaliser l'expérience EPR-B en deux phases. On fait donc sur un couple de particules A et B dans un état singulet d'abord une mesure Stern et Gerlach sur l'atome A entre les instants t_0 et $t_0 + \Delta t + t$, puis à partir de cet instant une mesure Stern et Gerlach sur l'atome B avec un électroaimant \mathcal{B} faisant un angle δ avec A jusqu'à l'instant $t_0 + 2(\Delta t + t)$.

A la sortie du champ magnétique \mathcal{A} , à l'instant $t_0 + \Delta t + t$, la fonction d'onde est donnée par (9.19). Juste après la mesure de A, toujours à l'instant $t_0 + \Delta t + t$, si la mesure de A est + (resp. -), les fonctions d'onde de B qui est conditionnée à la mesure de + de A (resp. -) est égale à :

$$\Psi_{B/+A}(x_B, z_B, t_0 + \Delta t + t) = f(x_B, z_B) | - B \rangle, \quad (9.21)$$

$$(\text{ resp. } \Psi_{B/-A}(x_B, z_B, t_0 + \Delta t + t) = f(x_B, z_B) | + B \rangle). \quad (9.22)$$

Pour la mesure de B, on se place dans la base $|\pm' B\rangle$. Alors, après la mesure de B, à l'instant $t_0 + 2(t + \Delta t)$, les fonctions d'ondes conditionnelles de B sont égales à :

$$\Psi_{B/+A}(x'_B, z'_B, t_0 + 2(\Delta t + t)) = \cos \frac{\delta}{2} f^+(x'_B, z'_B, t) | +'_B \rangle + \sin \frac{\delta}{2} f^-(x'_B, z'_B, t) | -'_B \rangle, \quad (9.23)$$

$$\Psi_{B/-A}(x'_B, z'_B, t_0 + 2(\Delta t + t)) = -\sin \frac{\delta}{2} f^+(x'_B, z'_B, t) | +'_B \rangle + \cos \frac{\delta}{2} f^-(x'_B, z'_B, t) | -'_B \rangle. \quad (9.24)$$

On en déduit que l'on obtient théoriquement les mêmes résultats que dans l'expérience EPR-B pour la quantification spatiale et les corrélations de spins. C'est ce résultat que l'on cherchera à tester.

9.6 Interprétations causales de l'expérience EPR-B

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté l'interprétation causale de Broglie-Bohm pour une particule unique. On montrait qu'il suffit de rajouter la position initiale de la particule pour rendre le problème déterministe et pour connaître sa trajectoire.

Dans le cas de l'équation de Schrödinger, la vitesse est alors donnée par :

$$\mathbf{v} = \frac{\hbar}{2m\rho} \text{Im}(\Psi^\dagger \nabla \Psi) = \frac{\nabla S}{m}. \quad (9.25)$$

Dans le cas de l'équation de Pauli, la vitesse est donné [12, 48] par l'équation (5.25) du chapitre 5 :

$$\mathbf{v} = \frac{\hbar}{2m\rho} \text{Im}(\Psi^\dagger \nabla \Psi) + \frac{\hbar}{2m\rho} \text{rot}(\Psi^\dagger \boldsymbol{\sigma} \Psi) \quad (9.26)$$

et le vecteur spin par l'équation (5.26) du chapitre 5 :

$$\mathbf{s} = \frac{\hbar}{2\rho} \Psi^\dagger \boldsymbol{\sigma} \Psi. \quad (9.27)$$

Dans le cas de deux particules sans spin, comme dans l'expérience EPR initiale, il suffit encore de définir les deux positions initiales des deux particules. Alors si $\Psi(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t) = \sqrt{\rho(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t)} e^{i \frac{S(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t)}{\hbar}}$ est la solution de l'équation de Schrödinger, les vitesses des deux particules sont définies comme précédemment par

$$\mathbf{v}_A = \frac{\hbar}{2m\rho} \text{Im}(\Psi^\dagger \nabla_A \Psi) = \frac{\nabla_A S}{m} \quad \text{et} \quad \mathbf{v}_B = \frac{\hbar}{2m\rho} \text{Im}(\Psi^\dagger \nabla_B \Psi) = \frac{\nabla_B S}{m}. \quad (9.28)$$

Un problème se pose lorsque l'on considère deux particules avec spin admettant une fonction d'onde singulet (9.2) comme dans l'expérience EPR-B. Ce problème est lié à l'interprétation de la fonction d'onde singulet (9.2) comme nous allons le voir.

Considérons d'abord que l'on puisse associer à chacune des deux particules A et B une fonction d'onde initiale $\Psi_A^0(\mathbf{r}_A, \theta_A, \varphi_A)$ et $\Psi_B^0(\mathbf{r}_B, \theta_B, \varphi_B)$ de telle manière que les deux spineurs soient de signes opposés; on a par exemple $\Psi_A^0(\mathbf{r}_A, \theta_A, \varphi_A) = f(\mathbf{r}_A)(\cos \frac{\theta_A}{2} |+_A\rangle + \sin \frac{\theta_A}{2} e^{i\varphi_A} |-_A\rangle)$ et $\Psi_B^0(\mathbf{r}_B, \theta_B, \varphi_B) = f(\mathbf{r}_B)(\cos \frac{\theta_B}{2} |+_B\rangle + \sin \frac{\theta_B}{2} e^{i\varphi_B} |-_B\rangle)$ avec $\theta_B = \pi - \theta_A$ et $\varphi_B = \varphi_A - \pi$.

Alors le principe de Pauli nous dit que la fonction d'onde de l'ensemble doit être antisymétrique; elle s'écrit donc :

$$\Psi^0(\mathbf{r}_A, \theta_A, \varphi_A, \mathbf{r}_B, \theta_B, \varphi_B) = \Psi_A^0(\mathbf{r}_A, \theta_A, \varphi_A) \Psi_B^0(\mathbf{r}_B, \theta_B, \varphi_B) - \Psi_A^0(\mathbf{r}_B, \theta_B, \varphi_B) \Psi_B^0(\mathbf{r}_A, \theta_A, \varphi_A)$$

c'est-à-dire

$$\Psi^0(\mathbf{r}_A, \theta_A, \varphi_A, \mathbf{r}_B, \theta_B, \varphi_B) = f(\mathbf{r}_A) f(\mathbf{r}_B) [(\cos \frac{\theta_A}{2} |+_A\rangle + \sin \frac{\theta_A}{2} e^{i\varphi_A} |-_A\rangle)(\cos \frac{\theta_B}{2} |+_B\rangle + \sin \frac{\theta_B}{2} e^{i\varphi_B} |-_B\rangle) - (\cos \frac{\theta_B}{2} |+_B\rangle + \sin \frac{\theta_B}{2} e^{i\varphi_B} |-_B\rangle)(\cos \frac{\theta_A}{2} |+_A\rangle + \sin \frac{\theta_A}{2} e^{i\varphi_A} |-_A\rangle)], \text{ soit après calcul :}$$

$$\Psi^0(\mathbf{r}_A, \theta_A, \varphi_A, \mathbf{r}_B, \theta_B, \varphi_B) = -e^{i\varphi_A} f(\mathbf{r}_A) f(\mathbf{r}_B) (|+_A\rangle |-_B\rangle - |-_A\rangle |+_B\rangle)$$

et l'on retrouve à un facteur près l'état singulet (9.2).

Proposition 9.3 - *La fonction d'onde $\Psi^0(\mathbf{r}_A, \theta_A, \varphi_A, \mathbf{r}_B, \theta_B, \varphi_B)$ antisymétrique de deux particules de spin opposées est égale à la fonction d'onde singulet (9.2).*

Cette proposition va être essentielle pour proposer une nouvelle interprétation de la fonction d'onde singulet. Nous allons en effet considérer que la fonction d'onde singulet correspond à la fonction d'onde d'une famille de deux fermions A et B de spins opposés : la direction du spin initial de A et B existe, mais n'est pas connue et il faut donc l'ajouter dans les conditions initiales du modèle.

Ce n'est pas du tout l'interprétation suivi par Bohm et ses élèves dans l'interprétation de la fonction d'onde singulet. Nous rappellerons d'abord cette interprétation avant de présenter la nôtre.

Remarque 9.9 - *En réalité, le problème du spin se pose déjà dans l'équation de Schrödinger. En effet, comme on le montre aux chapitres 3 et 11, le spin est constant, mais caché dans l'équation de Schrödinger. Si on se donne un spin $\mathbf{s} = \frac{\hbar}{2} \mathbf{u}$ où \mathbf{u} est un vecteur unitaire, alors il faut ajouter aux vitesses (9.25) et (9.28) le terme $\frac{\nabla \rho}{\rho} \times \mathbf{s}$.*

9.6.1 Interprétation de Dewdney, Holland et Kyprianidis [19, 35]

Pour l'étude et la simulation de l'expérience de Stern et Gerlach, nous avons rappelé dans le chapitre 5 l'interprétation ontologique de l'équation de Pauli défini en 1955 par Bohm, Schiller, Tiomno [12] et Takabayasi [48].

Pour l'étude et la simulation de l'expérience EPR-B, une extension de cette interprétation a été proposée dès 1987 par Dewdney, Holland et Kyprianidis [19, 35].

Nous présentons brièvement cette interprétation dans le cas de deux particules A et B de moments magnétiques μ_A et μ_B , mais électriquement neutres et seulement soumis à des champs magnétiques.

Considérons la fonction d'onde Ψ à 4 composantes $\Psi^{i_1, i_2}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t)$, solution de l'équation de Pauli pour le problème à deux corps (9.12).

L'interprétation de cette équation se fait en posant comme densité

$$\rho(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t) = \sum_{i_1 i_2} \Psi^{i_1, i_2*}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t) \Psi^{i_1, i_2}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t) \quad (9.29)$$

et, si les masses des particules A et B sont égales, en prenant comme vitesse de chaque particule la généralisation des formules (9.25) et (9.28)

$$\mathbf{v}_n = \frac{\hbar}{2m\rho} \text{Im} \left(\sum_{i_1 i_2} \Psi^{i_1, i_2*} \nabla_n \Psi^{i_1, i_2} \right) \quad (9.30)$$

pour $n=A, B$.

Remarque 9.10 - Dans [14], Bohm et Hiley ajoutent le courant de Jordan $\nabla \times \frac{\Psi^\dagger \sigma_n \Psi}{2m}$ à la formule (9.30), comme Bohm l'avait déjà proposé pour l'équation de Pauli à un corps avec l'équation (9.26).

Avec ces vitesses, on obtient l'équation de conservation pour le problème à deux corps :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla_A(\rho \mathbf{v}_A) + \nabla_B(\rho \mathbf{v}_B) = 0. \quad (9.31)$$

On définit les vecteurs spin des deux particules d'une manière analogue à (9.27) par

$$\mathbf{s}_A = \frac{\hbar}{2\rho} \Psi^{i_1, i_2*}(\sigma_j^{i_1}) \Psi^{j, i_2} \quad \text{et} \quad \mathbf{s}_B = \frac{\hbar}{2\rho} \Psi^{i_1, i_2*}(\sigma_j^{i_2}) \Psi^{i_1, j}, \quad (9.32)$$

(cf. Holland [37] p. 418-419 pour une justification de ces choix).

Notons que contrairement au cas à un corps \mathbf{s}_A et \mathbf{s}_B sont maintenant des variables continues et n'ont pas de taille fixée :

$$|\mathbf{s}_A| = |\mathbf{s}_B| = \frac{\hbar}{2\rho} \sqrt{2\Omega - \rho^2} \quad \text{avec} \quad \Omega = \Psi^{i, j*} \Psi^{k, j} \Psi^{k, l*} \Psi^{il}. \quad (9.33)$$

Avec ces hypothèses, considérons alors l'expérience EPR-B où la fonction d'onde initiale pour les couples de particules (A,B) est la fonction d'onde singulet (9.2).

On obtient les vitesses initiales en x et z, à l'instant t_0 de l'entrée dans les appareils \mathcal{A} et \mathcal{B} , par l'équation (9.30) en utilisant la fonction d'onde singulet (9.2). On trouve $v_{Ax} = v_{Az} = v_{Bx} = v_{Bz} = 0$.

Les spins initiaux, à l'instant t_0 de l'entrée dans les appareils \mathcal{A} et \mathcal{B} , sont donnés par l'équation (9.32) en utilisant la fonction d'onde singulet (9.2). On trouve $\mathbf{s}_A = \mathbf{s}_B = 0$.

A l'instant $t_0 + t + \Delta t$, la vitesse et le spin des particules A et B sont calculés par les équations (9.30) et (9.32) avec la fonction d'onde (9.14).

9.6.2 Une interprétation causale tenant compte des spins initiaux

L'interprétation précédente donne bien une interprétation causale de l'expérience EPR-B. Elle présente cependant de graves inconvénients :

- le module du spin de chaque particule n'est plus constant et égal à $\frac{\hbar}{2}$; il est même nul au début de l'expérience.

- l'orientation initiale du spin de chaque particule est perdue comme nous l'avons montré dans la proposition (9.3).

C'est peut-être une raison de son rejet par la communauté scientifique comme une solution ad hoc. Elle peut donc être remise en cause. Ainsi Holland [37] p.420-23 et Bohm [14] p.214 ne la considèrent pas comme définitive. Holland, par exemple, développe une autre approche, "the rigid rotator", qui lui permet de mieux prendre en compte les spins, cf. [37] chap.10 et 12.

En restant dans l'interprétation de l'équation de Pauli, nous proposons ci-dessous une interprétation possible qui conserve la valeur du spin de chaque particule et qui tient compte de l'orientation initiale des spins au moment de l'intrication. Elle est basée sur l'hypothèse suivante :

Hypothèse de la réalité des spins : *La fonction d'onde de l'état singulet (9.2) représente une famille de couple de deux fermions A et B de spins opposés.*

A chaque particule A et B est associée une onde $\Psi_A(\mathbf{r}, t)$ et $\Psi_B(\mathbf{r}, t)$ dont l'évolution est déduite de l'évolution de la fonction d'onde singulet, solution de l'équation de Pauli (9.12) (9.13).

Ainsi on fait l'hypothèse que la fonction d'onde dans l'espace de configuration représente l'évolution d'une famille de fonctions d'ondes particulières. A cette fonction dans l'espace de configuration, on associe deux fonctions d'onde $\Psi_A(\mathbf{r}, t)$ et $\Psi_B(\mathbf{r}, t)$ correspondant aux deux particules. Pour cela, on a besoin de connaître les conditions initiales de Ψ_A et Ψ_B . Les trajectoires des particules A et B se déduiront alors de ces fonctions d'ondes particulières comme nous l'avons fait jusqu'à présent pour une particule unique.

Il reste à déterminer une méthode pour définir comment se construisent ces fonctions d'ondes particulières dans $\mathbb{R}^3 \otimes SU(2)$ à partir des conditions initiales de ces fonctions, de l'évolution de la fonction d'onde singulet, des spins initiaux et des positions initiales. Nous le ferons sur la variante en deux étapes de l'EPR-B que nous avons proposée au paragraphe précédent.

Cas de l'étape 1 : Mesure du spin de A et de la position de B

Recherchons ces trajectoires dans le cas de la première étape présentée dans le paragraphe 15.4.2. C'est un couple de particules A et B dans un état singulet sur lequel on fait une mesure Stern et Gerlach pour l'atome A et une simple mesure d'impact sur un écran pour l'atome B.

La fonction d'onde à l'instant $t_0 + t + \Delta t$ est donné par (9.19) :

$$\Psi(x_A, z_A, x_B, z_B, t_0 + t + \Delta t) = \frac{1}{\sqrt{2}} f(x_B, z_B) [f^+(x_A, z_A, t) |+_A \otimes -_B\rangle - f^-(x_A, z_A, t) |-_A \otimes +_B\rangle] \quad (9.34)$$

Cette équation montre que les spins de A et B restent opposés tout au long de l'expérience. De plus, comme la densité de l'équation (9.20) est le produit de la densité de A et de celle de B, on en déduit que les densités de A et de B sont indépendantes ; égale pour A à la densité d'une famille de particules non liées dans un appareil de Stern et Gerlach dont l'orientation du spin initial a été tiré au hasard comme dans le chapitre 5 paragraphe 1 ; égale pour B à la densité d'une famille de particules libres.

La fonction d'onde (9.34) est donc compatible avec l'hypothèse que les particules A suivent les trajectoires d'une particule non liée dans un appareil de Stern et Gerlach, comme nous les avons définies au chapitre 5 paragraphes 4 et 5, et que les particules B suivent les trajectoires rectilignes définies par les droites $y_B = v_y t$.

Le spin de la particule A s'oriente alors progressivement suivant la position de la particule dans son onde vers un spin + ou -. Le spin de la particule B suit le spin de A en lui restant opposée.

Supposons que la fonction d'onde initiale de chacune des deux particules est donnée par

$$\begin{aligned} \Psi_A^0(\mathbf{r}_A, \theta_A^0, \varphi_A^0) &= f(\mathbf{r}_A) (\cos \frac{\theta_A^0}{2} |+_A\rangle + \sin \frac{\theta_A^0}{2} e^{i\varphi_A^0} |-_A\rangle) \\ \Psi_B^0(\mathbf{r}_B, \theta_B^0, \varphi_B^0) &= f(\mathbf{r}_B) (\cos \frac{\theta_B^0}{2} |+_B\rangle + \sin \frac{\theta_B^0}{2} e^{i\varphi_B^0} |-_B\rangle) \end{aligned}$$

avec $\theta_B^0 = \pi - \theta_A^0$ et $\varphi_B^0 = \varphi_A^0 - \pi$; ce qui donne la fonction d'onde singulet pour la fonction d'onde de l'ensemble, cf. proposition 9.3.

Supposons de plus que la position initiale de la particule A soit $(x_0^A, y_0^A = 0, z_0^A)$ et que celle de B soit $(x_0^B = x_0^A, y_0^B = y_0^A = 0, z_0^B = z_0^A)$.

Pour la particule A, tout se passe comme si elle était indépendante de B. On peut donc lui attribuer la fonction d'onde

$$\Psi_A(x_A, z_A, t_0 + t + \Delta t) = \cos \frac{\theta_A^0}{2} f^+(x_A, z_A, t)|_{+A} + \sin \frac{\theta_A^0}{2} e^{i\varphi_A^0} f^-(x_A, z_A, t)|_{-A} \quad (9.35)$$

qui est la même que celle d'une particule non liée dans un appareil de Stern et Gerlach, étudiée au chapitre 5, dont le spin initial est donné par $(\theta_A^0, \varphi_A^0)$.

Alors, l'équation de sa trajectoire est donnée par les équations différentielles (4.27) et (4.28) du chapitre 5, c'est-à-dire : dans l'intervalle $[t_0, t_0 + \Delta t]$, par l'équation :

$$\frac{dz_A}{dt} = \frac{\mu_0 B_0' t}{m} \cos \theta(z_A, t) \quad \text{avec} \quad \tan \frac{\theta(z_A, t)}{2} = \tan \frac{\theta_0}{2} e^{-\frac{\mu_0 B_0' t^2 z_A}{2m\sigma_0^2}} \quad (9.36)$$

avec la condition initiale $z_A(t_0) = z_0^A$; et dans l'intervalle $t_0 + \Delta t + t$ ($t \geq 0$), par l'équation différentielle :

$$\frac{dz_A}{dt} = u \frac{\tanh\left(\frac{(z_\Delta + ut)z_A}{\sigma_0^2}\right) + \cos \theta_0}{1 + \tanh\left(\frac{(z_\Delta + ut)z_A}{\sigma_0^2}\right) \cos \theta_0} \quad \text{et} \quad \tan \frac{\theta(z_A, t)}{2} = \tan \frac{\theta_0}{2} e^{-\frac{(z_\Delta + ut)z_A}{\sigma_0^2}}. \quad (9.37)$$

$\theta(z_A(t), t)$ est alors l'évolution de l'orientation du spin de A.

Le cas de la particule B est différent. Elle suit une trajectoire rectiligne avec $y_B(t) = v_y t$, $z_B(t) = z_0^B$ et $x_B(t) = x_0^B$. Par contre, l'orientation de son spin évolue et l'on a $\theta^B(t) = \pi - \theta(z_A(t), t)$ et $\varphi^B(t) = \varphi(z_A(t), t) - \pi$.

On peut alors lui associer la fonction d'onde suivante :

$$\Psi_B(x_B, z_B, t_0 + t + \Delta t) = f(x_B, z_B) \left[\cos \frac{\theta^B(t)}{2} |_{+B} + \sin \frac{\theta^B(t)}{2} e^{i\varphi^B(t)} |_{-B} \right]. \quad (9.38)$$

Cette fonction d'onde est particulière, car elle dépend des conditions initiales de A (positions et spins). L'orientation du spin de la particule B est donc pilotée par la particule A par l'intermédiaire de la fonction d'onde singulet.

Elle permet cependant de répondre positivement, non seulement à la condition faible du réalisme que nous avons proposée au paragraphe 3, mais aussi à la condition forte.

La figure 9.2 représente dans le plan (z, y) les trajectoires de 5 couples d'atomes intriqués dont les caractéristiques initiales $(\theta_0^A = \pi - \theta_0^B, z_0^A = z_0^B)$ ont été tirées au hasard. Les trajectoires vont donc dépendre à la fois de la position initiale z_0^0 des particules et de l'orientation initiale θ_0 des spins. Puisque les valeurs initiales du spin sont différentes, les trajectoires peuvent se couper.

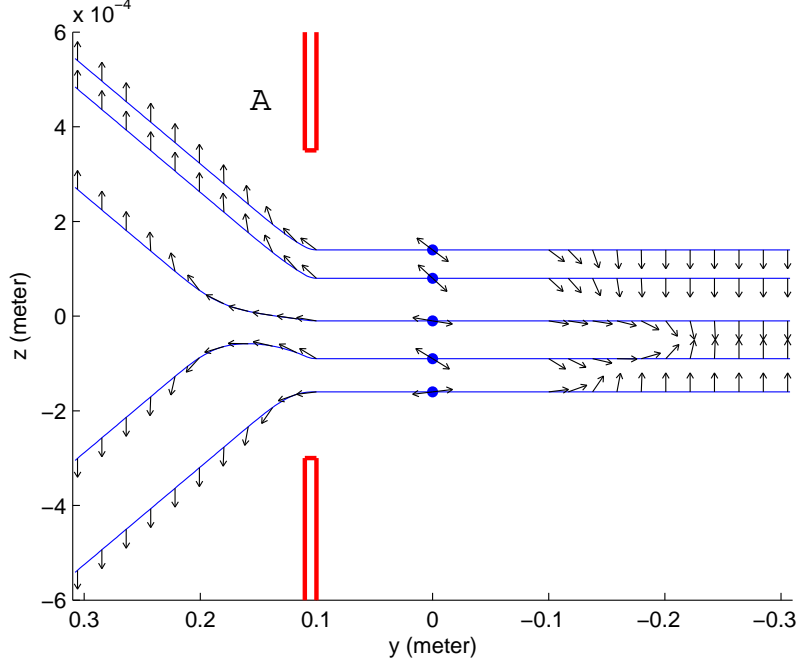


FIG. 9.2 – Cinq couples de trajectoires de particules intriquées. Les flèches représentent l'orientation θ du spin .

Cas de l'étape 2 : Mesure du spin de A, puis du spin de B

Jusqu'au temps $t_0 + \Delta t + t$, nous sommes dans le cas de l'expérience 1. Juste après la mesure de A, à l'instant $t_0 + \Delta t + t$, si la mesure de A est \pm , la fonction d'onde conditionnelle de B est égale à :

$$\Psi_{B/\pm A}(x_B, z_B, t_0 + \Delta t + t) = f(x_B, z_B) | \mp B \rangle. \quad (9.39)$$

La particule B est alors en position $(\tilde{x}_B, \tilde{z}_B) = (x_0^B, z_0^B)$.

On se retrouve alors exactement dans le cas d'une particule qui traverse un appareil de Stern et Gerlach \mathcal{B} qui fait un angle δ avec \mathcal{A} , cf. chapitre 5 paragraphe 2.

Pour la mesure du spin de B, on se place dans la base $| \pm' B \rangle$. Alors, après la mesure de B, à l'instant $t_0 + 2(\Delta t + t)$, les fonctions d'ondes conditionnelles de B sont égales à :

$$\Psi_{B/+A}(x'_B, z'_B, t_0 + 2(\Delta t + t)) = \cos \frac{\delta}{2} f^+(x'_B, z'_B, t) | +'_B \rangle + \sin \frac{\delta}{2} f^-(x'_B, z'_B, t) | -'_B \rangle, \quad (9.40)$$

$$\Psi_{B/-A}(x'_B, z'_B, t_0 + 2(\Delta t + t)) = -\sin \frac{\delta}{2} f^+(x'_B, z'_B, t) | +'_B \rangle + \cos \frac{\delta}{2} f^-(x'_B, z'_B, t) | -'_B \rangle. \quad (9.41)$$

On a donc réalisé la désintrication annoncée. A partir de la fonction d'onde des deux particules intriquées, on a trouvé les **trajectoires et les spins des deux particules (condition faible du réalisme)**, et même déterminé **une fonction d'onde pour chacune des deux particules (condition forte du réalisme)**.

La vraie variable cachée est la fonction d'onde. Elle est non séparable et non locale. Comme elle pilote les particules dans l'interprétation de Broglie-Bohm, c'est elle qui crée la **non-séparabilité** des deux particules intriquées.

C'est donc la fonction d'onde qui crée les propriétés nouvelles non classiques. On peut garder **une vision réaliste locale du monde à travers les particules**, mais on doit y **ajouter une vision non locale à travers la fonction d'onde**.

Remarque 9.11 - *Puisque nous utilisons la même fonction d'onde singulet que dans l'interprétation standard de la mécanique quantique, l'interprétation causale que nous présentons n'est pas invalidée par les très nombreuses extensions des inégalités de Bell. C'est en particulier le cas pour l'inégalité proposée par Leggett pour réfuter certaines théories réalistes non-locales [40].*

Remarque 9.12 - *Toutes les inégalités sur des variables cachées qui donnent des résultats différents de la mécanique quantique supposent que la mesure du spin est une vraie mesure ; c'est le cas des inégalités de Leggett, mais aussi de toutes les expériences avec des choix retardés. Or, comme nous l'avons vu au chapitre 5 avec l'expérience de Stern et Gerlach, la "mesure" du spin dans cette expérience n'est pas une mesure ; l'appareil oriente le spin dans un sens ou dans l'autre suivant l'orientation initiale du spin et sa position dans le paquet d'onde. Toutes les ambiguïtés dans les discussions viennent pour nous de là.*

9.7 Explication physique possible de la non-localité

Comme le rappelle d'Espagnat [26] :

*"Si l'on croit à la pleine validité des prévisions vérifiables de la mécanique quantique, la non-localité est - comme on dit de nos jours- rigoureusement **incontournable** ; selon la théorie détaillée que l'on considère - mécanique quantique conventionnelle ou théorie de l'onde-pilote -, elle se présente, il est vrai, sous des avatars différents : plutôt "non-divisibilité par la pensée" pour la première, plutôt "influences à distance instantanées et non décroissantes avec la distance" pour la seconde. Mais, manifestement, les deux choses sont très voisines, ne serait-ce que parce que l'une et l'autre impliquent une certaine **globalité**. L'une et l'autre sont, de ce fait, tout à fait contraires à l'esprit de la science classique."*

Dans l'interprétation réaliste, l'analyse des variantes de l'expérience EPR-B montre que **l'influence à distance instantanée correspond à l'orientation des spins et non au déplacement des particules elle-mêmes**. C'est le point essentiel que nous retiendrons dans la recherche d'une explication physique.

Les particules sont locales comme en mécanique classique. Par contre, elles entrent en interaction d'une manière non locale par l'intermédiaire de la fonction d'onde. C'est la nouveauté fondamentale de la mécanique quantique.

On sait que le spin est lié aux rotations de l'espace-temps. L'influence à distance pourrait donc être liée à une certaine rigidité de l'espace. Et ce serait la torsion de l'espace qui en serait responsable. Avec les états intriqués, la mécanique quantique prendrait ainsi implicitement compte de la torsion de l'espace. Pour réaliser la convergence entre mécanique quantique et relativité générale, il faudrait tenir compte aussi bien du tenseur de courbure que du tenseur de torsion dans le lagrangien d'Hilbert-Einstein.

Pour cela, il faut réintroduire l'existence d'un espace ayant certaines propriétés liées à l'interaction à distance, ce qui est une sorte d'éther, mais sous la forme nouvelle que lui a donné Lorentz, puis Einstein en 1920 [21]. C'est la proposition de Popper en 1982 [42].

9.7.1 L'interprétation de Popper

La première explication réaliste a été proposée par Karl Popper dans la dernière édition (1982) de "La théorie quantique et le schisme en physique". Il écrit à propos des expériences d'Aspect qui venaient justes d'être réalisées [42] :

"Je ne suis pas tout à fait convaincu que ces expériences sont interprétées de façon correcte ; mais si elles le sont, nous devons simplement admettre l'action à distance. Je pense (avec J.P. Vigié) que cela serait, bien entendu, très important. Mais je pense pas un seul instant que cela ébranlerait, ou même toucherait, le réalisme. Newton et Lorentz étaient réalistes et admettaient l'action à distance ; et l'expérience d'Aspect serait la première expérience cruciale visant à trancher entre les interprétations lorentzienne et einsteinienne des transformations de Lorentz."

Et il poursuit dans sa préface de 1982 :

"Cela signifierait que nous devons abandonner l'interprétation d'Einstein de la relativité restreinte et revenir à l'interprétation de Lorentz et, avec elle, à l'espace et au temps absolus de Newton. Il n'est pas nécessaire, dans ce cas, d'abandonner quelque formule de la théorie de la relativité restreinte. La relativité restreinte est en effet une interprétation d'un formalisme ; et le même formalisme peut être interprété soit par la relativité restreinte, soit par la conception de Lorentz selon laquelle nous avons un espace et un temps absolus mais nous ne pouvons pas les détecter, pour des raisons qui sont révélées par le formalisme. Alors que la théorie de la relativité restreinte, dans l'interprétation d'Einstein, dit que la simultanéité n'a pas de sens absolu ; que si nous n'avons aucun moyen de détecter l'espace et le temps absolus - si leur détection est vraiment exclue par le formalisme- alors nous ne devrions pas supposer qu'ils existent.

"A cette époque naturellement, l'adhésion de Lorentz à l'idée d'un éther au repos et à celle de l'espace et du temps newtoniens était un peu choquante, tandis que l'interprétation relativiste du formalisme était simple, élégante et convaincante. [...]"

"Ce n'est que maintenant, à la lumière des expériences nouvelles issues des recherches de Bell, que la suggestion de remplacer l'interprétation d'Einstein par celle de Lorentz peut être faite. S'il y a action à distance, alors il existe quelque chose comme un espace absolu. Il devrait être rappelé que rien de l'ordre d'une expérience cruciale entre la théorie de Lorentz et la relativité restreinte n'a jamais été conçu auparavant. Si nous avons maintenant des raisons théoriques tirées de la mécanique quantique pour introduire la simultanéité absolue, nous devrions alors revenir à l'interprétation de Lorentz."

9.7.2 L'Ether de la relativité générale d'Einstein

On ne devrait pas opposer Einstein à Lorentz sur l'existence de l'éther. Einstein lui-même a, à certain moment, admis son existence, comme dans sa conférence sur "L'éther et la théorie de la relativité" faite à l'Université de Leyde le 5 mai 1920, que nous rappelons au chapitre 16 et dont nous citons ci-dessous quelques extraits.

"Mais on peut, d'autre part, alléguer en faveur de l'hypothèse de l'éther un argument important. Nier l'éther, signifie en dernier lieu qu'il faut supposer que l'espace vide ne possède aucune propriété physique. Or, les faits fondamentaux de la mécanique ne se trouvent pas d'accord avec cette conception. L'état mécanique d'un système de corps qui flottent librement dans l'espace vide dépend, non seulement de ses positions relatives (distance) et de ses vitesses relatives, mais encore de son état de rotation qui, du point de vue physique, ne peut pas être conçu comme un caractère appartenant au système en soi. Pour concevoir la rotation du système comme quelque chose de réel, ne fût-ce qu'au point de vue formel, Newton a objectivé l'espace. Par le fait qu'il place son espace absolu parmi les objets réels, la rotation par rapport à l'espace absolu devient aussi une réalité. Newton aurait pu aussi appeler son espace absolu éther ; ce qui importe principalement, c'est de supposer comme réel, à côté des objets accessibles à l'observation, un objet qui est inaccessible, afin de pouvoir regarder l'accélération ou la rotation comme quelque chose de réel. [...]"

Ce qu'il y a de particulièrement nouveau dans l'éther de la théorie de la relativité générale, quand on le compare à l'éther de Lorentz, consiste en ceci que l'état du premier est déterminé, en chaque lieu, par des connexions avec la matière qui obéissent à certaines lois, et par l'état de l'éther des lieux voisins sous forme d'équations différentielles, tandis que l'état de l'éther de Lorentz, en l'absence de champs électromagnétiques, n'est déterminé par rien en dehors de lui et est partout le même.

L'éther de la théorie de la relativité générale peut être ramené par la pensée à celui de Lorentz, si l'on remplace les fonctions spatiales qui servent à le décrire, par des constantes, et si l'on fait abstraction des causes qui déterminent son état. On peut, par conséquent, aussi, dire que l'éther de la théorie de la relativité générale a été déduit de celui de Lorentz par le procédé relativiste. [...]"

En résumant, nous pouvons dire : d'après la théorie de la relativité générale, l'espace est doué de propriétés physiques ; dans ce sens, par conséquent un éther existe. Selon la théorie de la relativité générale, un espace sans éther est inconcevable, car non seulement la propagation de la lumière y serait impossible, mais il n'y aurait même aucune possibilité d'existence pour les règles et les horloges et par conséquent aussi pour les distances spatio-temporelles dans le sens de la physique. Cet éther ne doit cependant pas être conçu comme étant doué de la propriété qui caractérise les milieux pondérables, c'est à dire comme constitué de parties pouvant être suivies dans le temps : la notion de mouvement ne doit pas lui être appliquée."

Nous sommes loin dans ce texte du Einstein de 1905 pour lequel l'existence de l'éther est inutile pour expliquer la théorie de la relativité restreinte.

9.7.3 Différence entre EPR et EPR-B

Terminons par une remarque essentielle sur la différence entre les expériences EPR et EPR-B, autre que la première est une expérience de pensée tandis que la seconde se prête à de vrais expérimentations.

Dans l'expérience EPR-B il n'y a pas d'action à distance entre les positions et les vitesses des particules entre elles, comme nous l'avons vu dans l'interprétation des équations (9.19) et (9.34). Seuls les spins, liés à l'état singulet, vont avoir un comportement correspondant à une influence à distance instantanée.

L'expérience EPR-B n'est donc pas en contradiction avec l'éther d'Einstein de 1920 puisque "*la notion de mouvement ne lui est pas appliquée.*"

Par contre, dans l'expérience EPR initiale où il n'y a pas de spin, l'hypothèse de non localité suppose une action à distance entre la position et/ou la vitesse des particules. C'est cette non localité qu'Einstein a rejeté dans son éther de 1920, puis dans son principe de non localité de 1935 : aucune influence (liée aux positions et aux vitesses) ne peut se propager plus vite que la lumière.

Et si l'on ne veut pas faire la même erreur que dans l'interprétation du théorème de Von Neumann, l'analyse des expériences EPR et EPR-B doit être faite avec prudence. C'est certainement une erreur logique d'étendre implicitement le résultat négatif sur les spins de l'expérience EPR-B à l'expérience EPR. Aucune expérience ne contredit en effet le principe de non localité d'Einstein (sur le mouvement des particules).

Les équations (9.19) et (9.34) sont donc en accord avec l'interprétation de Popper de l'expérience EPR-B [42] p.25 : "*Il est possible que l'expérience de Bohm-Bell tranche en faveur de l'action à distance, et par conséquent contre la théorie de la relativité restreinte, tandis que l'argument EPR original ne le peut pas.*"

9.8 Conclusion

A partir de la fonction d'onde de deux particules intriquées, nous avons montré qu'il est possible de retrouver les trajectoires, les spins et même une fonction d'onde pour chacune des deux particules (condition forte du réalisme).

La véritable variable cachée semble bien être la fonction d'onde. Elle est non séparable et non locale. C'est elle qui crée les propriétés nouvelles non classiques. On peut garder une vision réaliste locale du monde à travers les particules, mais on doit y ajouter une vision non locale à travers la fonction d'onde.

L'analyse des variantes de l'expérience EPR-B montre de plus que l'influence à distance instantanée correspond à l'orientation des spins et non aux déplacement des particules elle-mêmes. C'est le point essentiel dans la recherche d'une explication physique.

Pendant plus de quarante ans, le théorème de Von Neumann a été utilisé pour montrer l'impossibilité des variables dites cachées et ainsi éliminer l'interprétation réaliste et déterministe de Louis de Broglie. Mais le théorème de Von Neumann, comme le fit remarquer Bell avec brio, ne s'appliquait pas à la théorie de l'onde pilote de Louis de Broglie.

Ces trente dernières années, le théorème de Bell et les expériences d'Aspect ont été utilisés pour éliminer du discours les théories dites à variables cachées non locales ; on laisse à penser que ce type de théorie est bien étrange puisqu'il doit utiliser des variables d'une part cachées et de plus non locales !

Or comme nous l'avons vu, il n'en est rien :

- Les variables dites cachées de Broglie-Bohm sont la position et le spin de la particule : la position est la principale variable mesurée par son impact sur un écran ;

- la non-localité est créée par la fonction d'onde qui est la nouveauté apportée par la mécanique quantique. C'est **elle la variable non locale**, commune à la mécanique quantique et à l'interprétation de Broglie-Bohm.

Ajoutons une remarque sur la différence entre les expériences EPR et EPR-B. C'est le spin lié à la rotation de l'espace-temps qui semble bien être la cause de l'influence à distance instantanée dans l'expérience EPR-B. Il se pourrait donc qu'il n'y ait pas d'influence à distance instantanée pour l'expérience initiale EPR d'Einstein. Et dans ce cas, Einstein avait raison. C'est ce qu'avait déjà proposé Popper [42] : "*Il est possible que l'expérience de Bohm-Bell tranche en faveur de l'action à distance, et par conséquent contre la théorie de la relativité restreinte, tandis que l'argument EPR original ne le peut pas.*"

Cette interprétation est conforme à la remarque 9.3 où le seul observable des inégalités de Bell, de Leggett, du paradoxe GHZ et du théorème de Kochen et Specker est le spin. Tous ces théorèmes de limitation ne s'appliquent ni à la position, ni à la vitesse.

Les expériences de non-localité réalisées ces dernières années ont donc une importance capitale, non pour éliminer le réalisme et le déterminisme, mais comme le pensait Popper, **pour réhabiliter l'existence d'un certain type d'éther**, comme celui de Lorentz et de l'Einstein de 1920.

9.9 Annexe A : Rappel sur les intrications

L'espace des états du système de deux spins est l'espace à quatre dimensions $H_1 \otimes H_2$, produit tensoriel des espaces à deux dimensions des deux spins $\frac{1}{2}$, \mathbf{S}_1 et \mathbf{S}_2 .

Une base possible de cet espace est formée des vecteurs propres $|\varepsilon_1 \varepsilon_2\rangle$, $\varepsilon = \pm 1$ de S_{1z} et de S_{2z}

$$|++\rangle, |+-\rangle, |-+\rangle, |--\rangle.$$

Cette base correspond au choix de l'ensemble complet des opérateurs compatibles $\{\mathbf{S}_1^2, \mathbf{S}_2^2, S_{1z}, S_{2z}\}$ avec

$$\mathbf{S}_1^2 |\varepsilon_1 \varepsilon_2\rangle = \frac{3}{4} |\varepsilon_1 \varepsilon_2\rangle, \quad \mathbf{S}_2^2 |\varepsilon_1 \varepsilon_2\rangle = \frac{3}{4} |\varepsilon_1 \varepsilon_2\rangle, \quad S_{1z} |\varepsilon_1 \varepsilon_2\rangle = \varepsilon_1 |\varepsilon_1 \varepsilon_2\rangle, \quad S_{2z} |\varepsilon_1 \varepsilon_2\rangle = \varepsilon_2 |\varepsilon_1 \varepsilon_2\rangle.$$

On peut former une autre base intéressante à partir du moment angulaire total $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$; c'est la base $\{\mathbf{S}_1^2, \mathbf{S}_2^2, \mathbf{S}^2, S_z\}$. On vérifie qu'elle admet comme vecteurs propres

- les trois **états triplets** correspondant au moment angulaire $s = 1$

$$|++\rangle, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle + |-+\rangle), \quad |--\rangle;$$

- l'**état singulet** correspondant au moment angulaire $s = 0$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle - |-+\rangle).$$

C'est l'état intriqué de l'expérience EPR-B, qui a la propriété d'être invariable par rotation. Rappelons en la démonstration. La transformée $|\chi\rangle_{\mathcal{R}}$ par une rotation \mathcal{R} d'un état $|\chi\rangle$ s'obtient en lui appliquant un opérateur $D^{\frac{1}{2}}$ qui est une matrice de $SU(2)$, c'est-à-dire une matrice unitaire

et de déterminant unité. Les transformées de $|+\rangle$ et $|-\rangle$ sont donc $|+\rangle_{\mathcal{R}} = a|+\rangle + b|-\rangle$ et $|-\rangle_{\mathcal{R}} = c|+\rangle + d|-\rangle$ avec $ad - bc = 1$. En notant $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle - |-+\rangle)$, on a $|\Psi\rangle_{\mathcal{R}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle_{\mathcal{R}} - |-+\rangle_{\mathcal{R}}) = (ad - bc)|\Psi\rangle = |\Psi\rangle$.

Les états triplets sont symétriques (c'est à dire ne changent pas de signe) dans la permutation des spins 1 et 2, tandis que l'état singulet est antisymétrique dans cette permutation.

Rappelons comment l'état singulet permet de diagonaliser l'opérateur $\sigma_1 \cdot \sigma_2$. Comme $\mathbf{S}^2 = \frac{1}{4}(\sigma_1 + \sigma_2)^2 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sigma_1 \cdot \sigma_2$, on a $\sigma_1 \cdot \sigma_2 = 2\mathbf{S}^2 - 3I = [2s(s+1) - 3]I$ et l'opérateur $\sigma_1 \cdot \sigma_2$ est égal à I dans l'état triplet et à $-3I$ dans l'état singulet. On en déduit les projecteurs P_1 et P_0 sur les états triplet et singulet. Comme $P_0 + P_1 = I$ et $\sigma_1 \cdot \sigma_2 = -3P_0 + P_1$, on obtient

$$P_0 = \frac{1}{4}(I - \sigma_1 \cdot \sigma_2) \text{ et } P_1 = \frac{1}{4}(3I + \sigma_1 \cdot \sigma_2).$$

Montrons que l'on peut avoir pour le spin, qui est la grande nouveauté introduite par la mécanique quantique, une représentation réaliste.

Représentation réaliste de l'état singulet

Nous avons montré au paragraphe 5 et dans la proposition 9.3 que la fonction d'onde singulet correspond à la fonction d'onde d'une famille de deux fermions A et B de spins opposés : la direction du spin initial de A et B existe, mais n'est pas connue et il faut donc l'ajouter dans les conditions initiales du modèle. On a par exemple $\Psi_A^0(\mathbf{r}_A, \theta_A, \varphi_A) = f(\mathbf{r}_A)(\cos \frac{\theta_A}{2}|+_A\rangle + \sin \frac{\theta_A}{2}e^{i\varphi_A}|-_A\rangle)$ et $\Psi_B^0(\mathbf{r}_B, \theta_B, \varphi_B) = f(\mathbf{r}_B)(\cos \frac{\theta_B}{2}|+_B\rangle + \sin \frac{\theta_B}{2}e^{i\varphi_B}|-_B\rangle)$ avec $\theta_B = \pi - \theta_A$ et $\varphi_B = \varphi_A - \pi$. Alors le principe de Pauli nous dit que la fonction d'onde de l'ensemble doit être antisymétrique :

$$\Psi^0(\mathbf{r}_A, \theta_A, \varphi_A, \mathbf{r}_B, \theta_B, \varphi_B) = \Psi_A^0(\mathbf{r}_A, \theta_A, \varphi_A)\Psi_B^0(\mathbf{r}_B, \theta_B, \varphi_B) - \Psi_A^0(\mathbf{r}_B, \theta_B, \varphi_B)\Psi_B^0(\mathbf{r}_A, \theta_A, \varphi_A)$$

ce qui donne la fonction d'onde singulet :

$$\Psi^0(\mathbf{r}_A, \theta_A, \varphi_A, \mathbf{r}_B, \theta_B, \varphi_B) = -e^{i\varphi_A}f(\mathbf{r}_A)f(\mathbf{r}_B)(|+_A\rangle|-_B\rangle - |-_A\rangle|+_B\rangle).$$

Notons que la fonction d'onde singulet est de plus invariable dans toutes les rotations.

Représentation réaliste des états triplets

Pour l'état triplet $|++\rangle$ (resp. $|--\rangle$), les deux particules ont chacune un spin orienté vers Oz (resp. $-Oz$).

Pour l'état triplet $\frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle + |-+\rangle)$, les deux particules ont des spins de même orientation dans le plan xOy .

Ces trois états triplets ne sont invariables que dans les rotations autour de l'axe Oz .

9.10 Annexe B : Le paradoxe GHZ

Les états GHZ (Greenberger-Horne-Zeilinger) [32, 33, 41] sont des états intriqués à trois particules qui exhibent des propriétés non classiques de façon encore plus spectaculaire que les états à deux particules. Expérimentalement, on sait réaliser des états intriqués à trois photons en utilisant la conversion paramétrique [50].

Afin de simplifier la discussion théorique, nous nous limitons au cas de trois particules de spin $\frac{1}{2}$. On suppose donc qu'une particule instable se désagrège en trois particules identiques de spin $\frac{1}{2}$, A, B et C émises dans un plan, dans une configuration où les trois impulsions font entre elles un angle de $\frac{2\pi}{3}$ et dans l'état intriqué de spin

$$|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_z\rangle_A |\uparrow_z\rangle_B |\uparrow_z\rangle_C - |\downarrow_z\rangle_A |\downarrow_z\rangle_B |\downarrow_z\rangle_C). \quad (9.42)$$

Trois expérimentateurs, Alice (a), Bob (b) et Charlotte (c), peuvent mesurer la composante de spin suivant une direction perpendiculaire à la direction de propagation de chaque particule, cf. figure 9.3. Le plan des impulsions est le plan horizontal, l'axe Oz est choisi le long de la direction de propagation (il dépend donc de la particule), l'axe Oy est vertical et $\hat{x} = \hat{y} \times \hat{z}$.

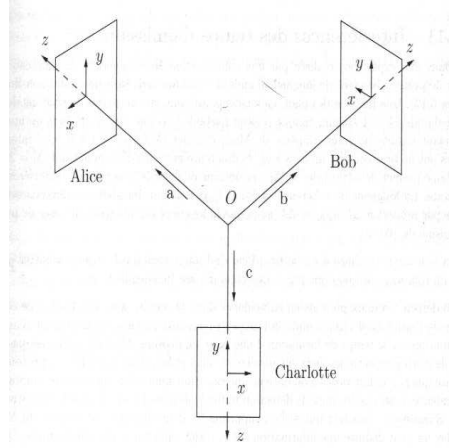


FIG. 9.3 - .

On considère alors les trois opérateurs :

$$\Sigma_a = \sigma_{ax}\sigma_{by}\sigma_{cy} \quad \Sigma_b = \sigma_{ay}\sigma_{bx}\sigma_{cy} \quad \text{et} \quad \Sigma_c = \sigma_{ay}\sigma_{by}\sigma_{cx} \quad (9.43)$$

où les matrices σ_i agissent dans l'espace des états de spin de la particule i , $i=a,b,c$.

On vérifie que ces trois opérateurs admettent $|GHZ\rangle$ comme vecteur propre :

$$\Sigma_a|GHZ\rangle = \Sigma_b|GHZ\rangle = \Sigma_c|GHZ\rangle = |GHZ\rangle. \quad (9.44)$$

Essayons de rendre compte des résultats expérimentaux à l'aide du réalisme local : une fois les trois particules suffisamment éloignées, chacune d'entre elle possède en propre des caractéristiques physiques.

Si $A_x = \pm 1$ est le résultat de la mesure de σ_x pour le spin A par Alice, ..., $C_y = \pm 1$ le résultat de la mesure de σ_y pour le spin C par Charlotte, alors on déduit de (9.44) que l'on a :

$$A_x B_y C_y = +1, \quad A_y B_x C_y = +1 \quad \text{et} \quad A_y B_y C_x = +1. \quad (9.45)$$

Supposons que les trois expérimentateurs, au lieu de mesurer une composante suivant Ox et deux composantes suivant Oy comme dans les trois expériences précédentes, décident tous de mesurer la composante suivant Ox alors que les trois spins sont en vol et ne peuvent plus communiquer entre eux. On vérifie alors que

$$\Sigma|GHZ\rangle \equiv \sigma_{ax}\sigma_{bx}\sigma_{cx}|GHZ\rangle = -|GHZ\rangle \quad (9.46)$$

et par conséquent que le produit des trois composantes des spins en x vaut -1 :

$$A_x B_x C_x = -1. \quad (9.47)$$

Mais, comme $A_y^2 = B_y^2 = C_y^2 = 1$, on remarque que

$$A_x B_x C_x = (A_x B_y C_y)(A_y B_x C_y)(A_y B_y C_x) = 1. \quad (9.48)$$

Les équations (9.45) et (9.47) sont donc incompatibles !

Montrons que cela entraîne **une réfutation de l'hypothèse du réalisme local**. Le réalisme local voudrait que la grandeur σ_{ax} ait une réalité physique au sens du critère de réalité de l'EPR puisque qu'on peut la mesurer sans perturber en rien la particule en mesurant σ_{by} et σ_{cy} : $A_x = B_y C_y$. Mais on peut aussi obtenir A_x en mesurant σ_{bx} et σ_{cx} : $A_x = -B_x C_x$. Le réalisme local

implique qu'il s'agit du même A_x , mais ce n'est pas le cas en mécanique quantique : la valeur de A_x est contextuelle, elle dépend des grandeurs physiques non compatibles entre elles qui sont mesurées simultanément à σ_{ax} , et A_x dans (9.45) n'est pas le même que A_x dans (9.47). Dans (9.45), A_x dépend de la mesure de σ_{by} et σ_{cy} , dans (9.47) de la mesure de σ_{bx} et σ_{cx} ; or σ_{by} et σ_{bx} sont des opérateurs qui ne commutent pas et leur mesure simultanée est donc impossible.

Comme le théorème de Kochen et Specker du paragraphe 4, les états GHZ montrent clairement que l'on ne peut avoir réalisme et non contextualité pour la mesure du spin. Ces résultats sont donc en accord avec l'interprétation de Broglie-Bohm qui est réaliste et contextuelle pour la mesure du spin.

Dans la base en x où $|\uparrow_z\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_x\rangle + |\downarrow_x\rangle)$ et $|\downarrow_z\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_x\rangle - |\downarrow_x\rangle)$, la fonction d'onde GHZ définie par (9.42) s'écrit :

$$|GHZ\rangle = \frac{1}{2}[(|\uparrow_x\rangle_A |\uparrow_x\rangle_B |\downarrow_x\rangle_C) + (|\uparrow_x\rangle_A |\downarrow_x\rangle_B |\uparrow_x\rangle_C) + (|\uparrow_x\rangle_A |\uparrow_x\rangle_B |\downarrow_x\rangle_C) + (|\downarrow_x\rangle_A |\downarrow_x\rangle_B |\downarrow_x\rangle_C)]. \quad (9.49)$$

Sous cette forme, nous voyons explicitement que l'état GHZ est la superposition des quatre états pour lesquels on a $A_x B_x C_x = -1$.

Comme dans l'expérience EPR-B, c'est la position initiale des particules dans la fonction d'onde qui va déterminer le résultat et définir dans lequel des quatre états les trois particules seront mesurées.

Notons que la représentation de la fonction d'onde (9.42) ou (9.49) est trompeuse car elle cache la représentation spatiale d'une fonction d'onde physique. En effet, pour prendre en compte les positions dans l'interprétation de Broglie-Bohm, on doit considérer l'extension spatiale de la fonction d'onde comme nous l'avons fait pour l'étude de Stern et Gerlach et de l'EPR.

La fonction d'onde GHZ complète initiale doit donc être de la forme suivante

$$|GHZ_{complet}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} f(x_A, z_A) f(x_B, z_B) f(x_C, z_C) (|\uparrow_z\rangle_A |\uparrow_z\rangle_B |\uparrow_z\rangle_C - |\downarrow_z\rangle_A |\downarrow_z\rangle_B |\downarrow_z\rangle_C) \quad (9.50)$$

où $f(x, z)$ est par exemple une gaussienne de la forme $f(x, z) = (2\pi\sigma_0^2)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{x^2+z^2}{4\sigma_0^2}}$. Seul ce formalisme complet de la fonction d'onde peut permettre de retrouver réalisme et déterminisme.

Bibliographie

- [1] A. Aspect, P. Grangier et G. Roger, "Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem", *Phys. Rev. Lett.* **47**, 460 (1981).
- [2] A. Aspect, P. Grangier et G. Roger, "Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedanken Experiment : a new violation of Bell's inequalities", *Phys. Rev. Lett.* **49**, 91 (1982).
- [3] A. Aspect, J. Dalibard, G. Roger, "Experimental tests of Bell's inequalities using variable analysers", *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1804 (1982).
- [4] A. Aspect, "Bell's theorem : a naive view of an experimentalist", in *Quantum [un]speakables, from Bell to Quantum information*, R.A. Bertlmann and A. Zeilinger (eds.), Springer , 2002.
- [5] A. Aspect et P. Grangier, "De l'article d'Einstein Podolsky et Rosen à l'information quantique : les stupéfiantes propriétés de l'intrication", dans *Einstein aujourd'hui*, M. Leduc et M. Le Bellac (eds.), EDP Sciences , 2005.
- [6] A. Aspect et P. Grangier, "Des intuitions d'Einstein à l'information quantique : les stupéfiantes propriétés de l'intrication", *Bulletin de l'Union des Professeurs de Physique et de Chimie*, n° 875, juin 2005, Hors série.
- [7] A. Beige, W.J. Munro, P.L. Knight, "A Bell's inequality test with entangled atoms", *Phys. Rev. A* **62**, 052102-1-052102-9 (2000).
- [8] J.S. Bell, "On the Einstein Podolsky Rosen Paradox", *Physics* **1**, 195 (1964).
- [9] J. S. Bell, *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics* (Cambridge University Press, 1987).
- [10] R.A. Bertlmann and A. Zeilinger (eds.), *Quantum [un]speakables, from Bell to Quantum information*, Springer , 2002.
- [11] D. Bohm, *Quantum Theory*, New York, Prentice-Hall, 1951.
- [12] D. Bohm, R. Schiller, and J. Tiomno, "A causal interpretation of the Pauli equation" - *Nuovo Cim. supp.* **1**, 48-66 (1955) ; *Nuovo Cim. supp.* **1**, 67-91 (1955).
- [13] D. Bohm and Y. Aharonov, "Discussion of experimental proof for the paradox of Einstein, Rosen and Podolsky", *Phys. Rev.* **108**, 1070 (1957).
- [14] D. Bohm, and B.J. Hiley, *The Undivided Universe*, Routledge, London and New York (1993).
- [15] N. Bohr, *Phys. Rev.* **48**, 696 (1935).
- [16] J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony and R. A. Holt, "Proposed experiments to test local hidden-variable theories", *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880 (1969).
- [17] J.F. Clauser and A. Shimony, "Bell's Theorem : Experimental Tests and Implications", *Rep. Progr. Phys.* **41**, 1881 (1978).
- [18] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, *Quantum Mechanics*, Wiley, New York, 1977.
- [19] C. Dewdney, P.R. Holland and A. Kyprianidis, *J. Phys. A : Math. Gen.*, **20**, 4717-32 (1987).
- [20] C. Dewdney, P.R. Holland, A. Kyprianidis and J.P. Vigièr, *Nature*, **336**, 536-44 (1988).
- [21] A. Einstein, "L'éther et la théorie de la relativité", conférence faite à l'Université de Leyde, 5 mai 1920.

- [22] A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, "Can quantum mechanical description of reality be considered complete?", *Phys. Rev.* **47**, 777-780 (1935).
- [23] A. Einstein, *Oeuvres choisies 1 Quanta*, par F. Balibar, O. Darrignol et B. Jech, Editions du Seuil, Paris (1989).
- [24] B. d'Espagnat, *A la recherche du réel, le regard d'un physicien*, (Gauthiers-Villars, 1979).
- [25] B. d'Espagnat, *Traité de physique et de philosophie*, (Fayard, 2002).
- [26] B. d'Espagnat et E. Klein, *Regards sur la matière*, Fayard, 1993.
- [27] S.J. Freedman and J.F. Clauser, "Experimental test of local hidden-variable theories", *Phys. Rev. Lett.* **28**, 938 (1972).
- [28] E. S. Fry and R.C. Thompson, "Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories", *Phys. Rev. Lett.* **37**, 465 (1976).
- [29] M. Genovese, "Research on hidden variables theories : a review of recent progress", *Phys. Repts.* **413**, 319 (2005).
- [30] M. Gondran, and A. Gondran, "A complete analysis of the Stern-Gerlach experiment using Pauli spinors",
- [31] P. Grangier, "Contextual objectivity and quantum holism", e-print quant-ph/0301001.
- [32] D. Greenberger, M. Horne and A. Zeilinger, in Kafatos, M. ed. Bell Theorem, *Quantum Theory and Conceptions of the Universe*. Klumer, Dordrecht, p. 69 (1989).
- [33] D. Greenberger, M. Horne, A. Shimony and A. Zeilinger, "Bell's theorem without inequalities", *Am. Jour. Phys.* **58**, 1131-1143 (1990).
- [34] R. Healey, "Holism and Nonseparability in Physics", *Stanford Encyclopedia of Philosophy*.
- [35] P.R. Holland, *Phys. Rep.*, **169**, 293-327 (1989).
- [36] P.R. Holland et J.P. Vigièr, *Nature* (1988).
- [37] P.R. Holland, *The quantum Theory of Motion*, (Cambridge University Press, 1993).
- [38] R.A. Holt and F.M. Pipkin, " ", *Phys. Rev. Lett.* **28**, 880 (1972).
- [39] S. Kochen and E. P. Specker, "The problem of hidden variables in quantum mechanics", *J. Math. Mech.* **17**, 59-87 (1967).
- [40] A. Leggett, "Nonlocal hidden-variable theories and quantum mechanics : An incompatibility theorem", *Found. Phys.*, **33**, 1469-1493 (2003).
- [41] N. D. Mermin, "What's wrong with these elements of reality?", *Physics Today* **43**, 9 (1990) ; *Am. J. Phys.* **58**, 731 (1990).
- [42] K. Popper, *La théorie quantique et le schisme de la physique*, trad. de "The Postscript to The Logic of Scientific Discovery III. Quantum Theory and the Schism in Physics" Hutchison, Londres 1982, par Emmanuel Malolo Dissaké, Paris Hermann, 1996.
- [43] M.A. Rowe, D. Kielpinski, V. Meyer, C.A. Sackett, W.M. Itano, C. Monroe, D.J. Wineland, "Experimental violation of a Bell's inequality with efficient detection", *Nature* **409**, 791-794 (2001).
- [44] P. A. Schilpp ed., *Albert Einstein, Philosopher-Scientist*, 1949, p.85.
- [45] E. Schrödinger, "Discussion of Probability Relations between Separated Systems", *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **31**, 555-563 (1935).
- [46] *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, <http://plato.stanford.edu/entries/kochen-specker/>, 2006.
- [47] N. Straumann, "A simple proof of the Kochen-Specker theorem on the problem of hidden variables", arXiv :0801.4931 [quant-ph] (2008).
- [48] T. Takabayasi, "The vector Representation of Spinning particle in the Quantum Theory,1", *Prog. Theor. Phys.*, 14, n°4, 283 (1955).

- [49] W. Tittel, J. Brendel, H. Zbinden, and N. Gisin, "Violation of Bell inequalities by photons more than 10 km apart", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3563 (1998).
- [50] G. Weihs, T. Jennewein, C. Simon, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, "Violation of Bell inequalities under strict Einstein locality condition", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5039 (1998).